معهد التراث العلمي العربي
جامعة حلب

رياضيات

بهاء الدين العاملي

(٩٥٣-١٠٣١هـ) (١٥٤٧-١٦٢٢م)

الدكتور جلال شوقي

الأستاذ الزائر بكلية الهندسة - جامعة حلب
الأستاذ في كلية الهندسة - جامعة القاهرة

الطبعة الاولى - ١٩٧٦

معهد التراث العلمي العربي
جامعة حلب

رياضيات بهاء الدين العاملي

(٩٥٣-١٠٣١هـ) (١٥٤٧-١٦٢٢م)

الدكتور جلال شوقي

الأستاذ الزائر بكلية الهندسة - جامعة حلب
الأستاذ في كلية الهندسة - جامعة القاهرة

الطبعة الاولى - ١٩٧٦

رياضيات

بهاء الدين العاملي

تقديم الكتاب

يأتي نشر كتاب رياضيات بهاء الدين العاملي للدكتور جلال شوقي في ثلاث مناسبات هامة الاولى انشاء معهد التراث العلمي العربي في جامعة حلب والثانية تأسيس الجمعية السورية لتاريخ العلوم والثالثة اقامة الندوة العالمية الاولى لتاريخ العلوم عند العرب .

وقد اخترنا نشر هذا الكتاب في هذه المناسبات الهامة لأن الدكتور شوقي كان اثناء عمله كاستاذ معار ثم كاستاذ زائر في كلية الهندسة في جامعة حلب من اكثر المتحمسين لدراسة تاريخ العلوم عند العرب ومن اكثرهم انتاجاً في هذا المجال ، ثم انه الف كتابه اثناء اقامته في جامعة حلب في الفترة التي كانت الجامعة تعد العدة خلالها لانشاء معهد التراث العلمي العربي .

لقد عرفت الدكتور شوقي عن كثب خلال سنين طويلة . فهو من المع وابرز العلماء والباحثين العرب في الهندسة الميكانيكية وقد نال جوائز الدولة في جمهورية مصر العربية اكثر من مرة وانتخب عضواً بارزاً فى الجمعيات العلمية والاجنبية المختصة ، وان اهتمامه بتاريخ العلوم عند العرب يعتبر ولا شك كسباً كبيراً لهذا العلم الناشىء في الوطن العربي .

وان معهد التراث العلمي العربي في جامعة حلب ليسره ان يقدم للباحثين المتخصصين ولأبناء الوطن العربي عامة هذا العرض الجيد لرياضيات بهاء الدين العاملي : أحد ائمة العلم في التاريخ العربي .

د . احمد يوسف الحسن
رئيس جامعة حلب

حلب / آذار / ١٩٧٦

المقدمة

يرجع الفضل الى العرب - بغير منازع - في ارساء اصول وقواعد علمي الحساب والجبر، وتعليمهما للعالم اجمع ، فالارقام الشائعة الاستعمال في عصرنا الحالي تعرف بالارقام العربية ، كذلك فان كلمة « جبر » قد دخلت معظم اللغات الحية للدلالة على هذا العلم الذي وضع أول كتاب فيه عالمنا العربي الفذ محمد بن موسى الخوارزمي في القرن التاسع للميلاد ، وهو ايضاً أول من كتب في الحساب العربي ، وهذان الكتابان هما الاساس الذي شيد عليه صرح الرياضيات من بعده .

وقد زخرت الحضارة العربية بعشرات من علماء الرياضيات الذين قدموا للعالم عدة مئات من المؤلفات القيمة لا زالت الغالبية العظمى منها أسيرة خزانات المخطوطات ، هذا كما قدر لها البقاء الى وقتنا الحاضر . ومن المؤسف حتماً أن الكثير من المخطوطات العربية قد ضاع أو تلف عبر القرون بسبب الحروب والغزوات والمحن ، الامر الذي جعل قضية تاريخ العلوم الرياضية عند العرب امراً ليس بالهين اليسير .

ولقد دار بخلدي ان أقدم دراسة لأحد الرياضيين العرب ممن كانت له فرصة التجوال والاطلاع على الآثار العلمية لمن سبقه من علماء العرب ، ومن ثم فقد يكون من الممكن ان ننقل عنه صورة دقيقة لما وصلت اليه علوم الحساب والجبر والمقابلة وأعمال المساحة قرب نهاية الحضارة العربية التي امتدت زهاء ثمانية قرون ، وبعد درس وتنقيب وتمحيص استقر رأيي على ان اقوم بتحقيق آثار الشيخ بهاء الدين العاملي في الرياضيات ، فالشيخ من علماء النصف الثاني من القرن السادس عشر واوائل القرن السابع عشر ، وقد عرف عنه شغفه الشديد بالعلم وتعدد أسفاره التي استمرت ثلاثين عاما ، جاب خلالها المنطقة الممتدة من مصر جنوبا وغربا حتى اصفهان شمالاً وشرقاً ، ولا بد ان يكون الشيخ العاملي قد اطلع في اسفاره هذه على كتب المتقدمين ، ومنها ما قد يكون ضل طريقه الينا ، وقد وجدت ان العاملي قد الف كتابا لخص فيه الحساب والجبر واعمال المساحة على عصره ، وقدم هذه المعلومات في صورة مرتبة كل الترتيب واضحة كل الوضوح ، وشاءت الصدفة الحسنة ان اعثر على ست مخطوطات لكتابه هذا المسمى . « خلاصة الحساب » في مكتبات مدينة حلب الشهباء اثناء تواجدي بها أستاذاً معاراً لجامعتها ، فعقدت العزم على تحقيق هذا الكتاب للعاملي لا سيما واني لم اجد في

فهارس معهد المخطوطات العربية بالقاهرة ما يدل على وجـود مخطوط او مصور لهذا الكتاب ضمن مقتنياته .

هذا وقد تبين لي اثناء التحقيق ان الكتاب قد لخص بعناية ودقة ـ الطرق الحسابية والجبرية المعروفة على عهده ، وأورد العديد من الامثلة ، وبين انواع المعادلات وطرائق حلها ، كذا المسائل المستعصية الحل ، كما قدم عدة قواعد وفوائد لتسهيل أعمال الحاسب ، ونحن لم نعرض لهذا التحقيق ظناً منا أنا نعرض لفضل العاملي في الرياضيات ، وانما نقدم الكتاب باعتباره عرضاً في المقام الاول ـ لعلوم الحساب والجبر والمساحة ومفاهيم العلماء العرب وطرائقهم فيها في القرن الاخير من الحضارة العربية . بهذا المضمون اقبلنا على هذه المهمة مفضلينها على ان نكتب من عندنا تاريخاً للعلوم الرياضية عند العرب ، وذلك حتى يتم تحقيق ونشر الجانب الاكبر من المخطوطات العربية في هذا المجال ، فتكون كتابة التاريخ عن المصـادر العربية الاصيلة لا عن آراء واجتهادات متفرقة من الشرق والغرب .

وقد وجدنا إتماما للفائدة ان نعرض بالدراسة المسائل الحسابية والجبرية المتنوعةالتي ساقها الشيخ بهاء الدين العاملي في كتاب آخر له يعرف بكتاب « الكشكول » ، الفه اثناء تواجده بمصر ، فقدمناها مشروحة وذلك بعد انتهاء تحقيقنا لكتاب «خلاصة في الحساب والجبر والمقابلة» وكان بودنا ان نحصل على نسخة من مخطوط أشار اليه العاملي في كتابه هذا وسماه «بحر الحساب» وهو كتاب كان يؤلفه العاملي ويأمل ان يوفقه الله لاتمامه ، إلا انه لا يبدو ان ذلك قـد تحقق له .

أرجو بهذه الدراسة العلمية أن اكون قد وفقت في تقديم صورة واضحة ـ على لسان أحد علمائنا المتأخرين ـ لمعارف العرب في الحساب والجبر والمساحة قبل ان تأخذ اوربا بزمـام المبادرة في مجال الرياضيات .

والله ولي التوفيق

حلب في ٩ ايلول (سبتمبر) ١٩٧٤ — جلال شوقي

عباس يوسف الكويتي

المحتويات

القسم الثاني

بهاء الدين العاملي [1]

(٩٥٣ ـ ١٠٣١ هـ) (١٥٤٧ ـ ١٦٢٢ م)

هو محمد بن حسين بن عبد الصمد الملقب بهاء الدين الحارثي العاملي الجبعى الهمذاني ، ولد ببعلبك[2] عند غروب شمس يوم الاربعاء لثلاثة عشر بقين من ذى الحجة سنة ثلاث وخمسين وتسعمائة ، وانتقل به أبوه الى بلاد العجم ، حيث نهل من مناهل العلم ، ثم أخذ في السياحة فتنقلت به الاسفار الى أن وصل الي أصفهان ، وجاب بلاداً كثيرة فدخل مصر ، ثم قدم القدس ولزم فناء المسجد الأقصى الشريف ، ثم أقلع الى حلب قبل أن يرجع الى اصفهان حيث وفاته لاثنتى عشرة خلون من شوال سنة إحدى وثلاثين والف ، ونقل الى طوس حيث دفن فيها بجوار « الامام رضا » .

ولقد الحارثي نسبة الى حرث وهمذان قبيلة ، أما لقب العاملي فهو نسبة الى جبل عامل أو بني عاملة بالشام (حالياً بلبنان) .

تنسب الى الشيخ بهاء الدين العاملي مؤلفات كثيرة وجليلة ، منها تفسير المسمى بالعروة الوثقي والصراط المستقيم ، والتفسير المسمي بعين الحياة ، والتفسير المسمي بالحبل المتين في مزايا القرآن المبين ، ومشرق الشمسين واكسير السعادتين ، وحاشية على أنوار التنزيل ، وتفسير وجيز ، ورسالة في وحدة الوجود ، ومفتاح الفلاح ، وزبدة الاصول ، وأربعون حديثاً ، ودراية الحديث أو الرسالة الوجيزة ، والجامع العباسي (فارسي) ، والحديقة الهلالية ، والرسالة الاثنا عشرية ، وهداية الامة الى احكام الأئمة ، وحديقة السالكين ، وله في مجال اللغة والادب الفوائد الصمدية في علم العربية ، وأسرار البلاغة ، وتهذيب النحو ، والمخلاة ، والكشكول،

---

(١) عن ترجمة أوردها الشيخ احمد بن علي الشهير بالمبني (المتوفي سنة ١١٥١ هـ) في صدر شرحه لقصيدة الشيخ بهاء الدين العاملي في مدح صاحب الزمان السيد محمد المهدي ـ كتاب الكشكول العاملي ـ طبعة المطبعة العامرة الشرفية (مطبعة الشيخ شرف موسي) بخان أبي طاقية بمصر سنة ١٣٠٢ هـ (١٨٨٥ م) ، الصفحات ٣٦٧ حتى ٣٧٠ ، كذا كتاب « تاريخ الادب العربي » لكارل بروكلمن ، طبعة ليدن سنة ١٩٤٣ . (ليدن)

(٢) يقول ابن معصوم بولادته ببعلبك ، بينما ينص الطالوى على ولادته بقزومين .

وبعض القصائد ، ومنظومة في الموعظة ، وتهذيب البيان ، وفنطومة وسيلة الفوز ، وتوضيح المقاصد في شرح القصيدة الذهبية .

لقد تعدت مصنفات عالمنا الموسوعي الشيخ بهاء الدين العاملي الخمسين مصنفاً ما بين كتاب ورسالة ومقال ، ولم يقتصر نشاطه الفكري على علوم الدين والادب واللغه ، وانما تعدى ذلك إلى مجال العلوم حيث نجد له مؤلفات قيمة في الرياضيات والفلك منها :

(١) خلاصة الحساب (المسمى البهائية) .

(٢) بحر الحساب (وهو كتاب أشار اليه العاملي في عدة مواضع من « خلاصة الحساب » ، ووصفه بكتابه الكبير ، وتمنى ان يتمه بعون الله وتوفيقه ، ويبدو أن هذه الامنية لم تتحقق له) .

(٣) رسالة في الجبر والمقابلة .

(٤) تشريح الافلاك .

(٥) الرسالة الحاتمية في الاسطرلاب .

(٦) رسالة الصفيحة (أو الصفحة) . (عن الاسطرلاب)

(٧) رسالة « جهانما » . (عن الاسطرلاب)

(٨) رسالة في تحقيق جهة القبلة .

(٩) الملخص في الهيئة .

(١٠) رسالة كرية (عن الكرة)

نتناول هنا بالدراسة – من كتب العاملي – « خلاصة الحساب » فنقدم تحقيقاً نفطياً وعلمياً له ، مع شروح وتحليلات رياضية لما احتواه هذا الكتاب من حساب وجبر ومقابلة ومساحة ، مستعينين في ذلك بالمخطوطات الستة الموجودة بمدينة حلب الشهباء ، كما أننا رجعنا الى كتاب العاملي المسمي « الكشكول » لدراسة ما جاء فيه من قواعد ومسائل متفرقة في الرياضيات .

القسم الأوّل

كتـاب

« الخلاصة في علم الحساب والجبر والمقابلة »

أو

« خلاصة الحساب »

للشيـخ بهاء الدين محمد بن حسين العاملي

مخطوطات كتاب [خلاصة الحساب] (البهائية)

لبهاء الدين العاملي

تحتفظ خزانات الكتب في العالم – شرقية وغربية – بالعديد من مخطوطات هذا الكتاب القيم ، حيث يوجد أكثر من أربعين مخطوطاً منه ، فضلا عن شروحه التي تعدت العشرين مخطوطا ، وقد طبع الكتاب ثلاث مرات ، كما صدرت له ثلاث ترجمات إلى اللغات الفارسية والالمانية والفرنسية ، بيد أنه لم ينشر في العالم العربي قبل اليوم ، ويدل العدد الضخم من النسخ الخطية لهذا الكتاب على أهميته وسعة انتشاره وبالتالي كثرة الأخذ عنه ، حيث أنه يقدم صورة متكاملة ومرتبة لحالة المعارف الرياضية عند العرب في أواخر القرن السادس عشر الميلادي ، ويشهد الشروح العديدة للكتاب على عظم الاهتمام به ، ونبين فيما يلي أهم مخطوطات الكتاب وشروحه الموجودة في خزانات الكتب العامة في العالم .

(١) المخطوطات الموجودة في الوطن العربي

(١) مخطوط المكتبة الخالدية بالقدس .

(٢) مخطوطات الموصل (عن كتاب « مختارات الموصل » لداود الجلبي الموصلي ، بغداد عام ١٧٢٧م) – أرقام : ٢٩/١٠٤ ، ٦٩/٢١٦ ، ٦٠/١١٣ ، ١٠٨/١١٥/٦ ، ١٣٧/٢٧١، ٢٠٥/١٦١ ، ١٧٩/١٤٠/١ ، ٢١٢ / ٦٩/٦ ، ٧٣ ، ٢٤١ / ٢٤٩ ، ٢٤٢/٢٨٧ ، ٢٧٤/١٥٠/١ ، ٢٨٨/١٦/٢ .

(٣) مخطوطا مكتبة الاوقاف الاسلامية بحلب – رقم ٩١٢ ، ١٧٧٣ .

(٤) مخطوط المكتبة الاحمدية بحلب – رقم ١٢٥٣ .

(٥) مخطوط المكتبة المولوية بحلب – رقم ٧٥٣ .

(٦) مخطوط مكتبة مدرسة الشيخ احمد الصديق بحلب – رقم ١٥٩،٦٦ .

(٧) مخطوطا دار الكتب المصرية بالقاهرة : فهرست الكتب العربية المحفوظة بالكتبخانة الخديوية المصرية – المجلد الخامس ، رقم ١٨٠ – المجلد السابع ، رقم ٨٩ .

(٨) مخطوط الخزانة الآلوسيه – مكتب المتحف العراقي ببغداد – رقم ٨٧٩٢ .

(٢) المخطوطات الموجودة في آسيا وتركيا

(١) مخطوطات المجلس الوطني بطهران – رقم ٢/٣٩٨ ، ١٢٧٥ ، ١٣١٩ .

(٢) مخطوط مكتبة المشهد – رقم ٤/٥١/١٨/١٧ .

(٣) مخطوط مكتبة تبريز – رقم ١٢٧٦ .

(٤) مخطوط مكتبة آصفهان – رفم ٦٩/٧٩٦/١ .

(٥) مخطوط مكتبة كييف – رقم ٩٣ .

(٦) مخطوط مكتبة الجامعة الاسلامية – عليجره – رقم ٢/١٢٠ .

(٧) مخطوط مكتبة يشاور – رقم ١٧٤٧ .

(٨) مخطوط المكتبة العامة – رامبور – رقم ٢٨١/٤١٣ب .

(٩) مخطوط مكتبة بوهار – رقم ٣٥٢ .
(طبع فى كلكتا عام ١٨١٢م) .

(١٠) مخطوط المكتبة الشرقية العامة – بنكيبور – رقم ٢١٩ .

(١١) مخطوط مكتبة حاجي سليم أغا باستانبول – رقم ٧٢٩ ،
كذا بمجموع ١٢٧٦ .

(٣) المخططات الموجودة في أوربا وأمريكا

(١) مخطوط المتحف البريطاني بلندن – رقم ٢/١٣٤٥.

(٢) مخطوط المكتب الهندي بلندن – رقم ٧٥٨ .

(٣) مخطوط مكتبة جامعة كامبردج – ملحق براون رقم ٤٣٧.

(٤) مخطوط المكتبة الملكية ببرلين العربية – كتالوج الواردات رقم ٥٩٩٨ .

(٥) مخطوط مكتبة جوتنجن بألمانيا الغربية – رقم ٦٨ .

(٦) مخطوط مكتبة الفاتيكان – رقم : روسيانى ١٠١٣ .

(٧) مخطوط جامعه برنستون بامريكا – رقم ١٦٣ .

(٨) مخطوطات المكتبة العامة بطرسبرج (لينينجراد) : كتالوج عام ١٨٥٢م- رقم ٢٤٣ ،
كتالوج روزن – رقم ١٩٢٦/ب، كتالوج كراتشكوفسكي – رقم ٩٢٩ ، كتالوج
مجموعة بخاري – رقم ٤١٩ .

(٤) **شروح الكتاب .**

(١) بهاء الدين العاملي (المنصف نفسه) : شرح الباب الثامن .

مخطوط المتحف البريطاني بلندن - رقم : ملحق ٧/٧٦٥ .

(٢) عصمت الله بن أعظم بن عبدالرسول سهارنيوري .

(أتم الشرح حوالي عام ١٠٨٦ هـ = ١٦٧٥ م) .

مخطوط المكتب الهندي بلندن - رقم ٦٠/٧٥٩ .

مخطوط مكتبة الجامعة الاسلامية بعليجرة - رقم ١/١٢٠ .

مخطوط المكتبة العامة برامبور - رقم ٥٠/٤١٦/١ .

طبع الشرح في كلكتا بالهند عام ١٨٢٩ م .

(٣) رمضان بن حريرة الجزائري القادري :

أتم شرحه عام ١٠٩٢ هـ (١٦٨١ م) .

مخطوط دار الكتب المصرية بالقاهرة : فهرست الكتب العربيـــة المحفوظة بالكتبخانة الخديوية المصرية ، المجلد السادس - رقم ١٨٠ .

مخطوط المكتبة الشرقية لجامعة القديس يوسف ببيروت - رقم ٢٤٠ .

مخطوط مكتبة سليم آغا باستانبول - رقم ٦٣٤ .

مخططا مكتبة بشاور - رقم ١٦٩٤ ، ١٧٣٥ .

مخطوط المكتبة العامة برامبور - رقم ٩/٢٨/٤٢٧/١ .

مخطوط المكتبة العامة بطرسبرج (لينينجراد) - كتالوج كراتشكوفسكي رقم ٩٢٩ .

(٤) حاجي حسين :

مخطوط المكتب الهندي بلندن - رقم ٧٦٢ .

(٥) شمس الدين علي الخلخالي :

مخطوط المكتب الهندي بلندن - رقم ٧٦٣ .

مخطوط مكتبة حجرن ريلاندز بمانشستر - رقم ٣٥٥ .

مخطوط مكتبة بشاور - رقم ١٧٦٦ .

مخطوط مكتب م . حسين حيدر آباد (مجلة الجمعية الآسيوية الملكية - عام ١٩١٧ - العدد ٢٢٥ - صفحة (١٠٩) .

(٦) جواد بن سعد بن جواد :

مخطوط المتحف البريطاني بلندن ـ رقم : شرقيات ٦٣٨٠ .

مخطوط المكتبة العامة بطرسبرج (لينيجراد) ـ كتالوج بمجموعة بخارى رقم ٤٢٠ .

مطبوع بالمجلس الوطني بطهران ـ رقم ١٢٧٣ .

(٧) عمر بن احمد المائي الشلبي :

مخطوط مكتبة خامعة ليبزج ـ رقم ٨/٨٨٣ .

مخطوط المكتبة العامة بميونيخ ـ بمجموعة جلازر رقم ٨٥١ .

المكتبة الملكية ببرلين الغربية ـ كتالوج الواردت رقم ٥٣٠١ .

مخطوط مكتبة قوله بتركيا ـ رقم ٢/٢٦٤ .

(٨) مير حسين الميبدي اليزدي :

مخطوط مكتبة المشهد ـ رقم ١٧/٤٠/١٢٤ .

(٩) لطف الله المهندس اللاهوري :

مخطوط المكتبة العامة ـ رامبور ـ رقم ١/٤١٦/٧٥ .

(١٠) شمس الدين على الحسني :

مخطوط المكتبة العامة ـ رامبور ـ رقم ١/٤١٦/٧٥ .

(١١) عبدالباسط بن رستم احمد بن على اصغر القنوجى :

مخطوط المكتبة العامة ـ رامبور ـ رقم ١ /٤٧ .

(١٢) سليمان بن أبي الفتح كشميري :

كتـاب « اللباب » .

(١٣) عبدالرحمن بن أبي بكر المرعشي :

مخطوط مكتبة قوله ـ رقم ٢/٢٦٤ .

(١٤) رمضان بن أبي هريرة الجزري القادري :

« حل الخلاصة لاهل الرياسة »

مخطوط الخزانة الآلوسية ـ مكتبة المتحف العراقي ببغداد ـ رقم ٨٥٥٨ .

الكتب المطبوعة :

(١) طبعة استانبول ـ ليتو جلستان ، عام ١٢٦٨ هـ .

(٢) طبعة كشمير ، عام ١٢٨٥ هـ ، عام ١٢٩٩ .
(٣) طبعة كلكتا بالهند (مع شروح) ، عام ١٨١٢ م .

ترجمات الكتاب :

(١) ترجمة فارسية بالمتحف البريطاني بلندن : المجموعة الفارسية ٢ ، رقم ٤٥٠ آ .
(٢) ترجمة المانية بقلم تسلمان ببرلين عام ١٨٤٣ م .
(٣) ترجمة فرنسية بقلم المستشرق أ . ماير بباريس عام ١٨٤٦ م .

مخطوطات مكتبات حلب:

تتوفر في مكتبات حلب ست مخطوطات لكتاب « خلاصة الحساب » نبينها فيما يلي :

(١) « الخلاصة في علم الحساب والجبر والمقابلة »
مخطوط مكتبة الاوقاف الاسلامية - رقم ١٧٧٣ .
ويقع في ٥٥ صفحة - مقاس : ٢٠٫٥ × ١٥٫٥ سم .
(راجع الاشكال ١ - ٣ ، ٧ - ٢٠) .

(٢) « خلاصة الحساب » :
مخطوط المكتبه المولوية - رقم ٧٥٣ .
ويقع متن الكتاب في ٦٣ صفحة ، ثم يلي ذلك شروح له حتى صفحة ٧١ - مقاس المخطوط : ٢١ × ١٥ سم .
(راجع شكل ٤) .

(٣) « خلاصة الحساب »
مخطوط المكتبة الأحمدية - رقم ١٢٥٣ .
ويقع في ٥٥ صفحة - قطع ربع : ٢١ × ١٦ سم .
فرغ من نسخة سنة ١٠٩٠ هـ .
(راجع الاشكال ٥ ، ٦ ، ١٦ ، ١٨) .

(٤) « خلاصة في علم الحساب »
مخطوط مكتبة الاوقاف الاسلامية - رقم ٩١٢ .
نسخة حسن بن جمال الدين الحلبي الدير كوشي سنة ١٠٨٦ هـ .
مقاس المخطوط ٢١ × ١٦ سم .

(٥) « خلاصة الحساب »

مخطوط مكتبة مدرسة الشيخ أحمد الصديق – رقم ١٥٩ .

ويشتمل على شرح حسين بن غياث الدين منصور اليزدى .

فرغ من نسخة سنة ١١١٧ هـ – مقاس المخطط ؛ ٢٠ ٪ ١٣ سم .

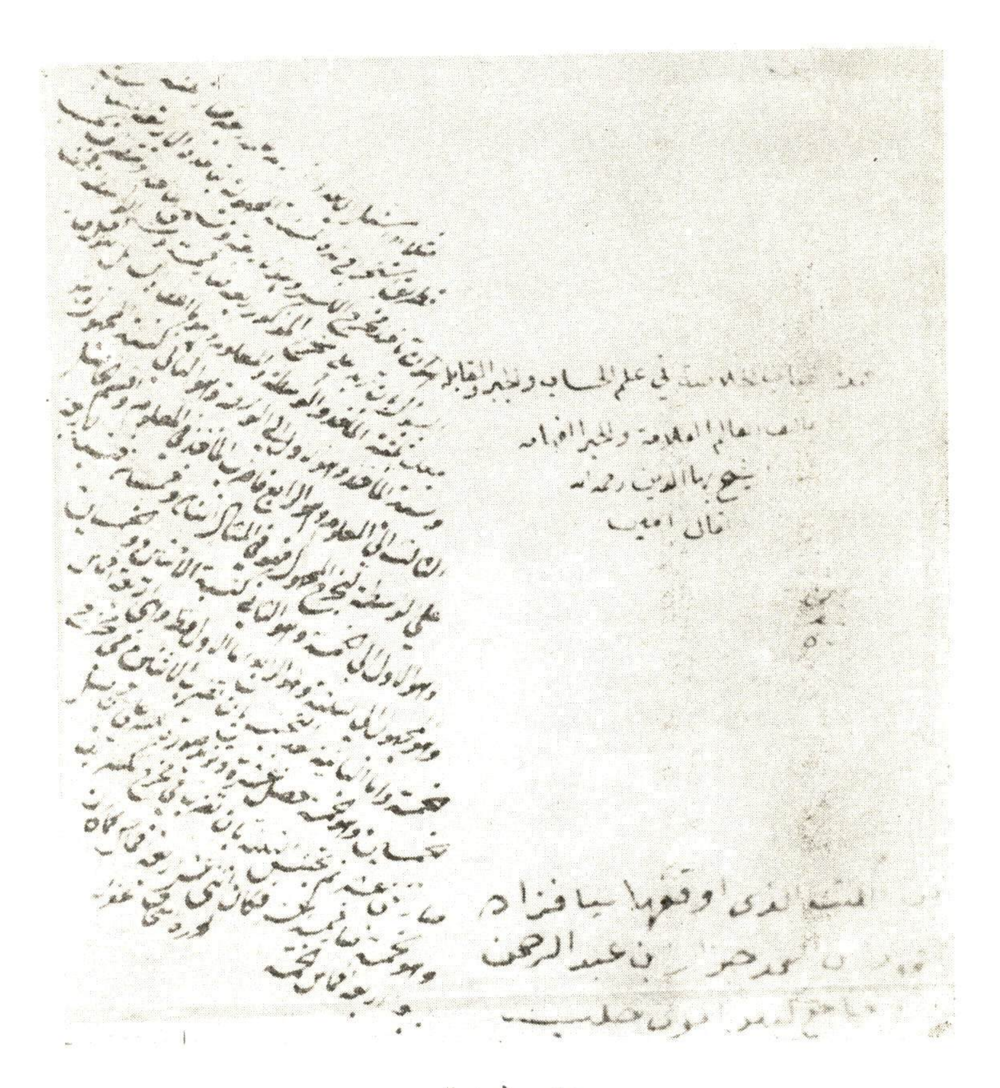
(٦) « خلاصة الحساب »

مخطوط مكتبة مدرسة الشيخ أحمد الصديق – رقم ٦٦ .

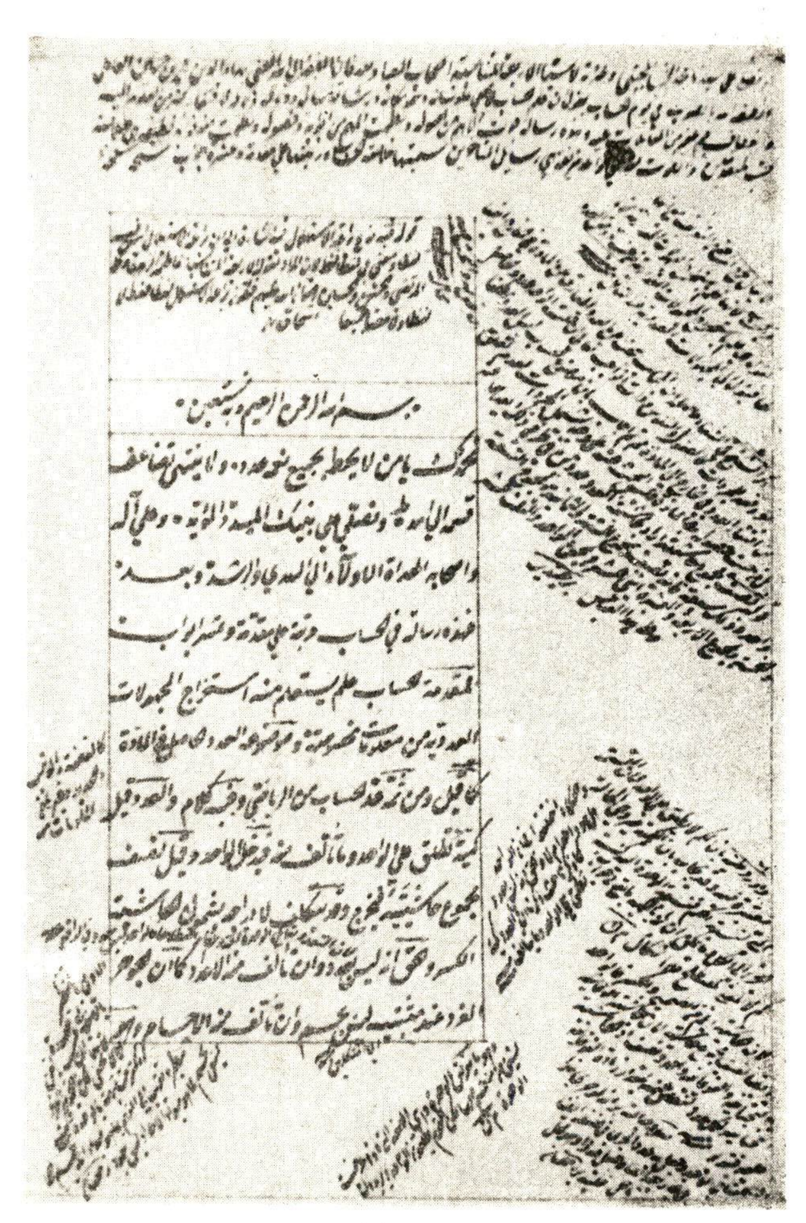
نسخة محمد سليمان الريحاوي سنة ١١٣٢ هـ – مقاس المخطوط :

٢٠ × ١٥ سم

هذا ولما كانت المخطوطات الثلاث الأولى هي أوضح هذه النسخ وأجودها وأكملها ، فقد تم تحقيق هذا الكتاب من واقعها مع مقابلة هذه النسخ الثلاث مع بعضها البعض وإثبات أهم الفروق بينها في الحاشية ، مستعملين في التحقيق علامات الترقيم والرسم المصري للحروف، وذلك حتى يكون النص واضحاً كل الوضوح لقارئي اليوم .



شكل (١)
الصفحة الاولى من مخطوط مكتبة الاوقاف الاسلامية بحلب - ١٧٧٣ .



بسم الله الرحمن الرحيم وبه نستعين

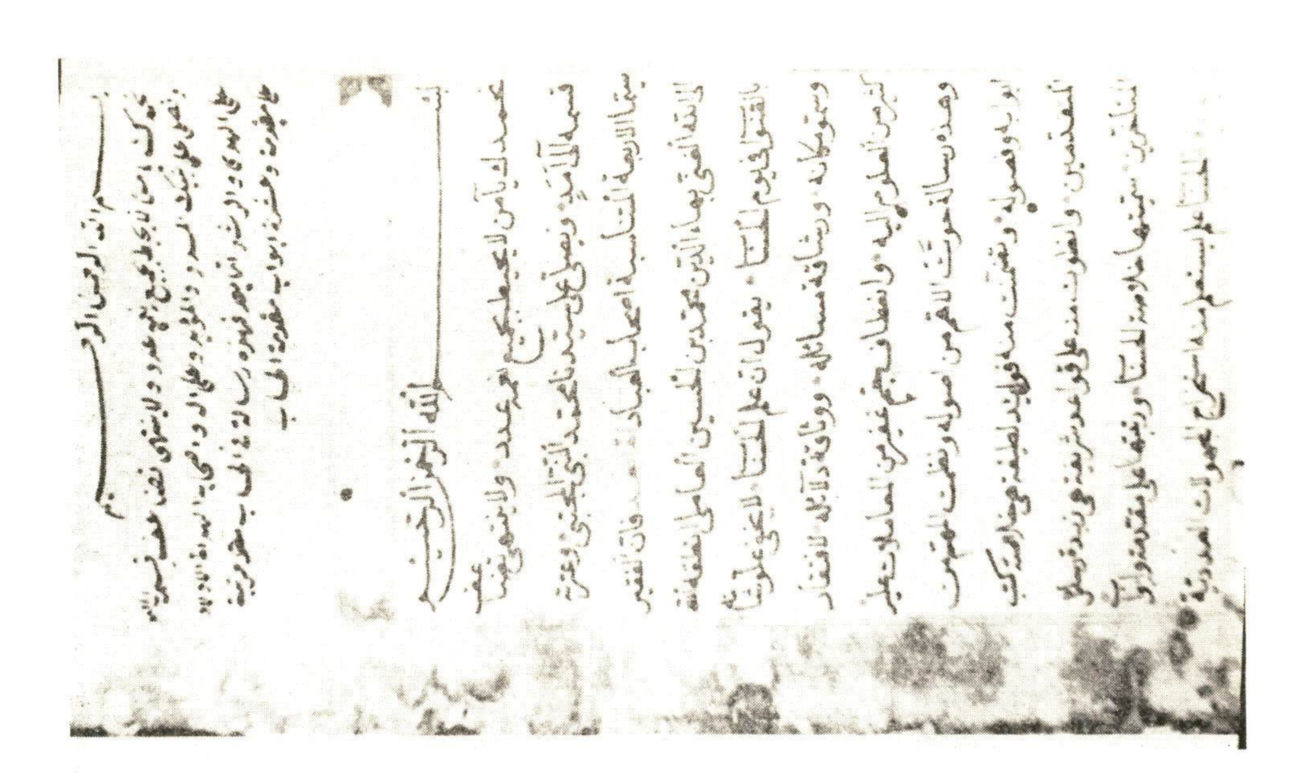
نحمدك يا من لا يحيط بجميع نعمه عدد، ولا ينتهي تضاعف
نعمه إلى أمد، ونصلي على نبيك المؤيد بالتوحيد، وعلى آله
وأصحابه الهداة الأولى إلى الهدى والرشد، وبعد
فهذه رسالة في الحساب مرتبة على مقدمة وعشرة أبواب
المقدمة الحساب علم يستعلم منه استخراج المجهولات
العددية من معلومات مخصوصة، وموضوعه العدد وهو في اللغة
[illegible] ومن ثمة قيل الحساب من الرياضي [illegible] والعدد قيل
كمية تطلق على الواحد وما تألف منه [illegible] وقيل نصف
مجموع حاشيتيه [illegible]
الكسر [illegible] وإن ما تألف منه الآحاد [illegible]
[illegible]

شكل (٢)

الصفحة الثانية من مخطوط مكتبة الأوقاف الاسلامية بحلب - ١٧٧٣ .

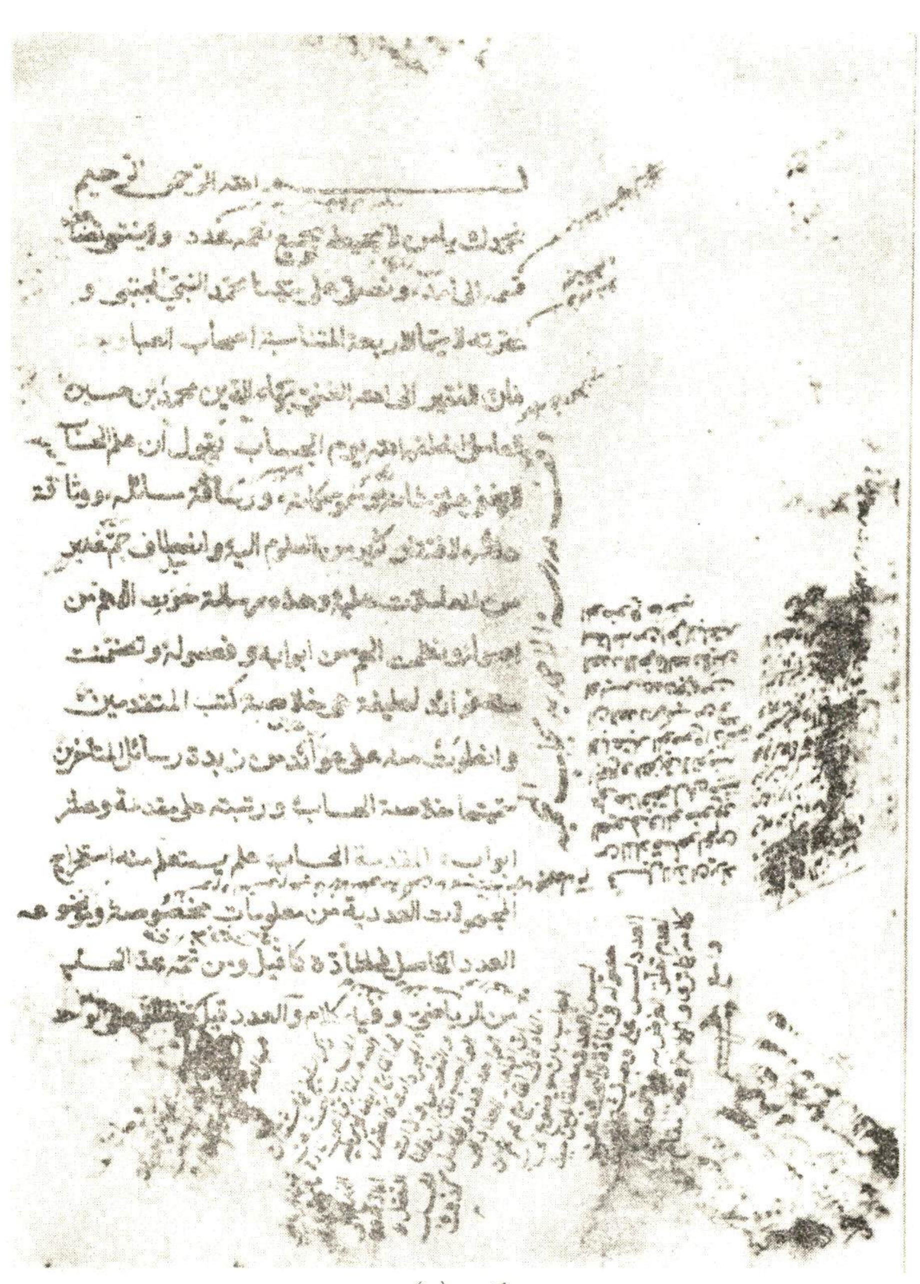
شكل (٣)

الصحيفة الاخيرة من خاتمة مخطوط مكتبة الأوقاف الاسلامية بحلب - رقم ١٧٧٣ .



شكل (٤)

الصفحتان الأولى والاخيرة من مخطوط المكتبة المولوية بحلب - رقم ٧٥٣ .



شكل (٥)

الصفحة الاولى من مخطوط مكتبة الاحمدية بحلب - رقم ١٢٥٣ .

شكل (٦)

الصفحة (٥١) من مخطوط المكتبة الاحمدية بحلب - رقم ١٢٥٣ .

محتويات كتاب

« الخلاصة في علم الحساب والجبر والمقابلة »

أو « خلاصة الحساب »

متن مخطوط

« الخلاصة في علم الحساب والجبر والمقابلة »

لبهاء الدين العاملي

وبهامشه الشرح والتحليل العلمي لمضمونه

بسم الله الرحمن الرحيم

نحمدك يا من لا يحيط بجميع نعمه عدد ، ولا ينتهي تضاعف قسمه الى أمـد ، ونصلي على سيدنا محمد النبي المجتبى ، وعدته لا سيما الاربعة المتناسبة اصحاب العباد .

أما بعد فان الفقير إلى الله الغني بهاء الدين محمد بن الحسين[1] العاملي انطقه الله بالصواب في يوم الحساب ، يقول ان علم الحساب ، فلا يخفى علو شأنه وسمو مكانه ، ورشاقة مسائلـه ووثاقة دلائله ، لافتقار كثير من العلوم إليه ، وانعطاف جم غفير من المعاملات عليه ، وهـذه رسالة حوت الاهم من اصوله ، ونظمت المهم من أبوابه وفصوله ، وتضمنت منه فوائد لطيفـة هي خلاصة كتب المتقدمين ، وانطوت منه على قواعد شريفة هي زبدة رسائل المتأخرين ، سميتها خلاصة الحساب ، ورتبتها على مقدمة وعشرة[2] أبواب .

---

(١) في المخطط ١٢٥٣ : حسين .

(٢) ناقصة فى المخطوط ٧٥٣ - فى المخطوط - ١٢٥٣ : عشر .

المقدمة

الحساب علم يستعلم منه استخراج المجهولات العددية من معلومات مخصوصة ، وموضوعة العدد الحاصل فى المادة كما قيل ، ومن ثمة عد الحساب من الرياضى وفيه كلام ، والعدد قيل كمية تطاق على الواحد وما تألف منه ، فيدخل فيه (١) الواحد ، وقيل نصف مجموع حاشيته(٢) فيخرج ، وقد يتكلف لادراجه بشمول الحاشية الكسر ، والحق أنه ليس بعدد وإن تألف منه الاعداد كما أن الجوهر الفرد عند مثبتيه ليس بجسم وإن تألف منه الاجسام ، وهو إما مطلق فصحيح ، أو مضاف إلي ما يفرض واحداً فكسر ، وذلك الواحد مخرجه ، والمطلق إن كان له أحد الكسور التسعة ، أو جذر فمنطق وإلا فأصم ، والمنطق إن ساوي اجزاءه فتام أو زاد عليها فزايد ، أو نقص عنها فناقص .

ومراقب العدد اصولها ثلاثة ، آحاد وعشرات ومئات ، وفروعها ما عداها(٣) مما لا يتناهى ، وتعطف الى الاصول ، وقد وضع له حكماء الهند الارقام التسعة المشهورة :

٩ ٨ ٧ ٦ ٥ ٤ ٣ ٢ ١

---

(١) ناقصة من المخطوطين ٧٥٣ ـ ١٧٧٣ . (٢) حاشيتا العدد هما العددان السابق له واللاحق له مباشرة .

(٣) ناقصة في المخطط ١٢٥٣ .

شرح : في هذه المقدمة يتناول بهاء الدين العاملي بالتعريف علم الحساب ، كذا العدد من صحيح وكسر ، وتام وزايد وناقص ، فيبدأ بقضية الواحد وهل هو من العدد أو خارجه فان عرف العدد بانه نصف مجموع حاشيتيه ، بمعنى أنه القيمة المتوسطة للعددين السابق له واللاحق له على التسلسل الطبيعي (كان يكون تعريف الاربعة بالوسط الحسابي للعددين ٣ ، ٥) فان الواحد لا يدخل ـ حسب هذا التعريف ـ فى العدد ، الا اذا كانت الحاشية تشمل الكسر ، فعندئذ يمكن تعريف الواحد على انه القيمة المتوسطة ـ لحاشيتيه وهما في هذه الحالة ١/٢ ، ١/٥ ـ علماً بان العدد وحاشيتيه لا بد وأن يكونوا متوالية عددية ذات تزايد ثابت .

يعرج العاملي بعد ذلك الي تقسيم العدد الى صحيح وكسر ، والكسور التسعة المذكورة

هي ١/٢ ، ١/٣ ، ١/٤ ، ١/٥ ، ١/٦ ، ١/٧ ، ١/٨ ، ١/٩ ، ١/١٠ ، وان كان للعـدد جذر صحيح قيل عليه جذر منطق ، وإن لم يكن صحيحاً سمى جذراً أصماً .

والعدد ان ساوى مجموع عوامله فهو تام ، فان زاد عليها أو نقص عنها أطلق عليـه عدد زائد أو ناقص على التوالي ، مثال ذلك العدد ٦ ، فان عوامله هي : ١ ، ٢ ، ٣ بمعنى انـه يقبل القسمة على أي منهـا ، ومجموع هذه العوامل = ١ + ٢ + ٣ = ٦ = العـدد ، ومن هنا جاءت تسميته بالتام ، اما فى العدد ٤ مثلا فعواملـه ١ ، ٢ ومجموعهما ٣ ، فيكون العدد ٤ عدداً زائداً ، وعلى العكس من ذلك إذا اخذنا العدد ١٨ مثلاً فعوامله هي ١ ، ٢ ، ٣ ، ٦ ، ٩ ومجموعها ٢١ وبذلك يكون العدد ١٨ انقص من مجموع عوامله فيوصف بأنه عددناقص.

ويختتم العاملي مقدمته بالاشارة الى مراتب العدد : آحادها وعشراتها ومئاتهـا وما يعلوها من المراتب ، والى ان العدد يتركب من الارقام التسعة المعروفـة من الواحـد الى التسعة ، اما الصفر فيعني خلاء المرتبة من اي من هذه الارقام التسعة .

الباب الأول

في حساب الصحاح

زيادة عدد على آخر جمع ، ونقصه منه تفريق ، وتكريره مرة تضعيف ، ومراراً بعدة آحاد الآخر[1] ضرب ، وتجزيته بمتساويين تنصيف ، وبمتساويات[2] بعدة آحاد الآخر قسمة ، وتحصيل ما تألف من تربيعه تجذير ، ولنورد هذه الاعمال في فصول .

الفصل الاول : في الجمع

ترسم العددين متحاذيين ، وتبدأ من اليمين، وتزيد[3] كل مرتبة على محاذيها، فان حصل أقل من عشرة ترسم تحتها ، او ازيد فالزائد ، او عشرة فصفراً ، حافظاً في هاتين الصورتين للعشرة واحداً لتزيده على ما في المرتبة الثانية ، او ترسمه بجنب سابقه ان خلت ، وكل مرتبة لا يحاذيها عدد ، فانقلها بعينها الى سطر الجمع ، وهذه صورته[4] .

٢٠٣٧٢	٤٠٨٧٧	٢٢٧٢
٠٧٦٥٦	٣٠٢٨٣	٤٣٣٠
٢٨٠٢٨	٧١١٦٠	٦٦٠٢

---

(١) ناقصة في المخطط ١٢٥٣ .

(٢) في المخطوط ١٢٥٣ : وبمتساوية .

(٣) في المخطوط ١٢٥٣ : بزيادة .

(٤) في المخطوط ١٢٥٣ يكتب الصفر : ٥ ، والخمسة : ٨ .

شرح : يبدأ العاملي الباب الاول من كتابه بتعريف العمليات الحسابية البسيطة من جمع وتفريق (وقد استعمل العرب كلمة التفريق بمعنى الطرح) ، وضرب وتنصيف وقسمة ، وتربيع (ضرب العدد في نفسه) ، وتجذير (ايجاد العدد الذي اذا ضرب في نفسه كان العدد المعطى) .

ويتناول المصنف في الفصل الاول عملية الجمع ، وهي على النحو الذي نعرفها عليه اليوم ، وعملية الجمع - كما نعلم - تبدأ من اليمين إلى اليسار ، بيد انه من الممكن ايضاً اجراء عملية الجمع من اليسار الى اليمين ، إلا ان ذلك يقتضي ان نثبت العشرة الزائدة من جمع

وان تكثرت سطور الاعداد ، فارسمها متحاذية المراتب ، وابدأ من اليمين حافظاً لكل عشرة واحداً لما عرفت ، وهذه صورته :

```
|٠ ٠ ٣ ٧ ٣
|٠ ٢ ٣ ١ ٨
|٩ ٥ ٨ ٤ ٣
 ─────────
 ٩ ٨ ٥ ٣ ٤
```

واعلم ان التضعيف في الحقيقة[1] جمع المثلين ، إلا انك لا تحتاج الى رسم المثل ، بل تجمع كل مرتبة من يمينها الى مثلها ، كأنه بحذائها ، وهذه صورته :

العددين في السطر التالي في مرتبة أعلى (اي الى اليسار) ، ونكتبها إما ١ او ـ ، ثم نجمع السطرين لنحصل على حصيلة عملية الجمع ، مثال ذلك ما يلي :

المطلوب جمع : ٦ ٣ ٢ ٥ ، ٧ ٨ ٩ ٤

```
 ٦ ٣ ٢ ٥        ٦ ٣ ٢ ٥
 ٧ ٨ ٩ ٤        ٧ ٨ ٩ ٤
────────       ────────
 ٣ ١ ١ ٩        ٣
١ ١ ١           ١
────────
١ ٤ ٢ ١ ٩
```

فبالعمل من اليسار الى اليمين نبدأ بجمع ٦ ، ٧ فتكون النتيجـة ١٣ ، توضع ٣ تحت ٧ ويوضع ١ في السطر التالي وفى مرتبة العشرات بالنسبة الى ٣ (اي الى يسارهـــا) ، ويمكن استبدال الواحد بشرطة لمجرد الدلالة على وجود واحد في تلك المرتبة ، ومن الواضـح ان هذه الطريقة لا تكلف الذهن بتذكر اي محفوظ أذ ان كل عملية جمع عددين (بصرف النظر عن اتجاه الجمع يميناً اويساراً) تسجل عموما على سطرين ، وهي طريقة يمكن بها تجنب الخطأ في الجمع ، وما احرانا ان نتبع هذا الاسلوب في مدارسنا فهو افضـــل وأقل تعريضاً للخطأ .

(١) في المخطوط ١٢٥٣ : في تحقيقه .

٩٨٧٥٦٠٧	٢ ٢ ٢٥٢٠٧٣
١٩٧٥١٢١٤	٥٠٤١٤٦

وذلك الابتداء في هذه الاعمال من اليسار ، إلا انك تحتاج الى المحو والاثبات ، ورسم الجداول ، وهو تطويل بغير طائل ، وهذه صورتها :

صورة جمع العددين :

٥٤٥٣٧
٢٧٩٤٣
———
٧١٤٧٠
- - -
٨ ٢ ٨
———
٨٢٤٨٠

صورة جمع الاعداد :

٥٣٧٣٢
٠٤١٧٩
٠٠١٠٥
———
٥٧٩٠٦
- - -
٨٠١
———
٥٨٠١٦

صورة التضعيف :

٢٥٥٦٧
———
٤٠٠٢٤
- - - - -
٥١١٣
———
٥١١٣٤

وأعلم ان ميزان العدد ما [1]يبقى منه بعد اسقاطه تسعة تسعة،وإمتحان الجمع والتضعيف بجمع ميزاني المجموعين ، وتضعيف ميزان المضعف ، وأخذ ميزان المجتمع ، فان خالف ميزان الحاصل ، فالعمل خطأ .

(١) شرح :

ميزان العدد :

يشير العاملي هنا الى القاعدة الذهبية التي اتبعها العرب لتحقيق سلامة العملية الحسابية، وسموها بميزان العدد ، وتتلخص فى الخطوات التالية :

لنفرض اننا انهينا عملية الجمع :

٩٧٤٣٥٦
٣٧٤٩٨٣
———
١٣٤٩٣٣٩

والمطلوب التأكد من صحة ذلك .

١ ـ يعرف ميزان العدد بانه ما يبقى من العدد بعد اسقاطه تسعة تسعة ، بمعنى اننا نجمع الارقام المكونة للعدد ، ونستبعد جميع التسعات الصحيحة منه ، فما يبقي بعد ذلك فهو ميزان العدد .

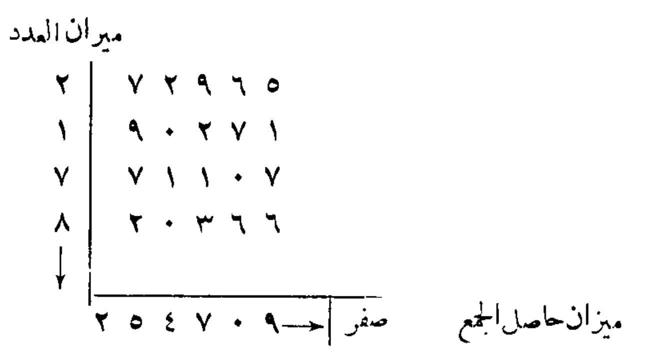
فبالنسبة لحاصل الجمع ٩ ٣ ٣ ٩ ٤ ٣ ١
واضح انه يشتمل على ٩ ٩
٣ ٣ ٣

وباستبعاد التسعات ، اي باسقاط العدد تسعة تسعة يبقي ٥ فيكون ميزان حاصل الجمع هو ٥ .

٢ ـ نوجد ميزان كل من العددين المجموعين :
فبالنسبة للعدد الاول ٦ ٥ ٣ ٤ ٧ ٩
باستبعاد : ٩
٦ ٣
٥ ٤ اسقاط العدد تسعة تسعة
يكون الميزان : ٧
وبالنسبة للعدد الثاني : ٣ ٨ ٩ ٤ ٧ ٣
باستبعاد : ٩
٣ ٨ ٤ ٣ (=١٨=٩×٢)
يكون الميزان : ٧

٣ ـ تجري العملية الحسابية لميزاني العددين المعطيين
٧+٧ = ١٤

وباسقاط هذا العدد تسعة تسعة يكون ميزان حاصل الجمع هو (١٤-٩)=٥
وهو نفسه ميزان حاصل الجمع الذي حصلنا عليه في الخطوة الاولى .
فالعملية الحسابية إذن صحيحة .
ومن الممكن ترتيب عملية الجمع وتحقيقها بقاعدة ميزان العدد على الوجه التالي :



هذا وتسري هذه « القاعدة الذهبية » على جميع العمليات البسيطة من جمع وطرح وضرب وقسمة (حيث يمكن تحويلها الى صورة الضرب) ، وقد عرفت في الغرب بتسمية Golden Rule .

الفصل الثاني : في التنصيف

تبدأ من اليسار وتضع نصف كل تحته ان كان زوجا ، والصحيح من نصفه ان كان فرداً حافظاً للكسر خمسة لتزيدها على نصف ما في المرتبة السابقة ان كان فيها عدد غيرالواحد وان كان واحداً او صفراً ، وضعت الخمسة تحته ، فان انتهت المراتب ومعك كسر ، فضع له صورة النصف هكذا :

صورة التنصيف من اليسار :

٨	٧	٣	٠	٣	١	٣	
٤	٣	٦	٥	١	٥	٦	٥

ولك ان تبدأ من اليمين راسماً للجدول على هذه الصورة :

٣	٦	٥	٤
١	٣	٢	٢
	–		–
	٨		٧
١	٨	٢	٧

والامتحان بتضعيف ميزان النصف ، وأخذ ميزان المجتمع ، فان خالف ميزان المنصف فالعمل خطأ .

شرح : يعرض بهاء الدين العاملي في هذا الفصل لطريقة التنصيف بادئاً اما من اليسار وأما من اليمين ، وطريقة التنصيف بدءاً من اليسار هي نفسها الطريقة التي نتبعها اليوم ، ولذا فانها في غير حاجة لمزيد من شرح ، اما طريقة التنصيف من اليمين ، فيقسم كل رقم على ٢ ويوضع الباقي الصحيح تحت الرقم الجاري تنصيفه ، أما الباقي وهو ١/٢ او ٥/١٠ فيبين أما بعلامة (–) او (٥) في السطر التالي وفي مرتبة واحدة اقل وهي تعني ٥/١٠

	المقسوم	المقسوم عليه
مثال ذلك :	٧ ٢ ٤	٢

تنصيف الرقم الاول : ٢

« « الثاني : ١

« « الثالث : ٣

العلامة (-)=٥

ناتج القسمة : ٣ ٦ ٢

ويمكن التحقق من نتيجة عملية التنصيف كما يلي :

$$\frac{٧٢٤}{٢} = ٣٦٢$$

أو $٧٢٤ = ٢ \times ٣٦٢$

معادلة موازين الاعداد ٤ = ٢ × ٢ = ٤ فالعمل صحيح

ميزان المصف = تضعيف ميزان النصف = ميزان المجتمع .

وهو ما جاء بمتن المخطوط : « والامتحان بتضعيف ميزان النصف ، وأخذ ميزان المجتمع ، فان خالف ميزان المنصف ، فالعمل خطأ » .

الفصل الثالث : في التفريق

تضعهما كما مر وتبدأ من اليمين ، وتنقص كل صورة من محاذيها ، وتضع الباقي تحت الخط العرضي ، فان لم يبق شيء فصفراً ، وان تعذر النقصان منه [1] اخذت الواحد [2] من عشراته ، ونقصت منه ، ورسمت الباقي ، فان خلت عشراته اخذته من مئاته ، وهو عشرة بالنسبة الى عشراته ، فضع فيها منه تسعة ، وأعمل بالواحد لما عرفت ، وتم العمل هكذا

٩٠٧٣٥٠٦	منقوص منه
٢٩٠٠٩٥٨	منقوص
٦١٧٢٥٤٨	الباقي من المنقوص منه

ولك الابتداء من اليسار هكذا .

٩٢٦٣	منقوص منه
٦٢٨٤	منقوص
٣٠٨٩	

ـ ـ
٢٩٧
٢٩٧٩

والامتحان بنقصان ميزان المنقوص من ميزان المنقوص منه ان امكن ، والا زيد عليه تسعة وتنقص ، فالباقي ان خالف ميزان الباقي ، فالعمل خطأ .

---

(١) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ . (٢) في المخطوط ١٢٥٣ . واحداً .

شرح : في هذا الفصل يبين العاملي كيفية اجراء عملية الطرح (ويعبر عنها هنا بالتفريق) سواء بالابتداء من اليمين أو من اليسار ، ونكتفي هنا ببيان الصورة الأخيرة :

		ميزان العدد
المطروح منه :	٨٦٩٥٣	٤
المطروح :	٦٧٦٨٢ ـ	٢
	٢٩٣٧١	
(مطروح)	١ ١	
ناتج الطرح :	١٧٢٧١	٢

يعبر عنها في المخطوط بالعلاقة (ـ)

ففي المثال نبدأ من اليسار فيكون حاصل طرح ٦ من ٨ العدد ٢ الذي يكتب تحتهما ، ثم نتقدم يميناً فنجد ٦ منقوص منها ٧ ، وبالتالي تزيد عشرة الى الستة فتصبح ١٦ وتطرح منها ٧ فيكون الناتج ٩ ، وتكتب تحت السبعة . ولما كنا قد زدنا عشرة لنتمكن من اجراء الطرح الجزئي فلا بد من طرح عشرة ليستقيم العمل ، ولذلك نضع في السطر التالي ١ (أو العلامة - بنفس المعنى) في مرتبة أعلى ، على ان يجري طرحها في العملية التالية ، وهكذا بالنسبة لبقية عمليات الطرح الجزئية .

ويمكن التحقق من صحة العملية على أساس قاعدة ميزان العدد :

(ميزان المطروح منه - ميزان المطروح) = ميزان ناتج الطرح

الفصل الرابع : في الضرب

وهو تحصيل عدد نسبة احد المضروبين اليه كنسبة الواحد الى المضروب الآخر ، ومن هذا يعلم ان الواحد لا تأثير له في الضرب ، وهو ثلاثة : مفرد في مفـرد ، أو في مركب أو مركب في مركب : والاول اما آحاد في آحاد او في غيرها ، أو غيرها في غيرها .

أما الاول فهذا الشكل متكفل به ، وأما الاخيران فـرد فيهـا غير الآحاد الي سميهـا منها ، واضرب الآحاد في الآحاد ، واحفظ الحاصل ، ثم اجمـع مراتب المضروبين ، وابسط المجتمع من جنس متلو المرتبة الاخيرة ، ففـي ضرب الثلاثـين في الاربعين تبسط الاثنى عشر بمئات اذ المراتب أربع ، والثالثة مرتبة المئات ، وفي ضرب الاربعين في خمسمائه تبسط العشرين ألوفاً ، إذ المراتب خمس ، وأما الثاني والثالث فاذا حل المركب الى مفرداته رجع الى الاول ، فاضرب المفردات بعضها في بعض واجمع الحواصل .

وللضرب قواعد لطيفة تعين على استخراج مطالب شريفة :

قاعدة فيما بين الخمسة والعشرة :

تبسط أحد المضربين عشرات وتنقـص من الحاصل مضروبـة في فضل العشرة على المضروب الآخر .

شرح : فى هذا الفصل يشرح العاملي طريقـة الضرب مبيناً مراتب المضروبين ، وهي نفس الطريقة التي نستعملها اليوم ، ويقدم العاملى جدولا لضرب الأعداد المفردة (من الواحـد الى التسعة) بعضها في بعض ؛ وبالاضافة الى بيان للطريقة العامة لضرب عدد مركب فى عـــدد مركب آخر ، فانه يعرض بعض القواعد الخاصة لتسهيل عملية الضرب .

ففي القاعدة الأولى التي تختص بضرب أعداد بين ٥ ، ١٠ في بعضها البعض ، تضرب أحد العددين فى عشرة ، ثم تطرح من الحاصل مضروب نفس العـدد في الفرق بين العشرة والعدد الثـاني .

مثال ذلك ٨ × ٩

ويمكن وضعها على الصورة : ٩ (١٠ - ٢) = ٩٠ - ٩ × ٢

= ٧٢

١	٢							
٢	٤	٣						
٣	٦	٩	٤					
٤	٨	١٢	١٦	٥				
٥	١٠	١٥	٢٠	٢٥	٦			
٦	١٢	١٨	٢٤	٣٠	٣٦	٧		
٧	١٤	٢١	٢٨	٣٥	٤٢	٤٩	٨	
٨	١٦	٢٤	٣٢	٤٠	٤٨	٥٦	٦٤	٩
٩	١٨	٢٧	٣٦	٤٥	٥٤	٦٣	٧٢	٨

أما القاعدة الاخرى (لضرب الأرقام بين الخمسة والعشرة) فتحدد الخطوات كالتالي :

١ ـ اجمع الرقمين المطلوب ضربهما في بعضهما البعض .

٢ ـ من حاصل الجمع خذ رقم الآحاد واضربه في عشرة .

٣ ـ ثم اجمع عليه حاصل ضرب فرق كل من الرقمين عن العشرة .

مثال ذلك ٨ × ٧

الخطة الاولى : ٨ + ٧ = ١٥

الخطوة الثانية : مايزيد عن العشرة هو ٥

نبسط ما فوق العشرة عشرات : أي ٥ × ١٠

الخطوة الثالثة : ٥ × ١٠ + (١٠ - ٨) (١٠ - ٧)

= ٥٠ + ٢ × ٣ = ٥٦

مثالها : ثمانية في تسعة .

نقصنا من التسعين مضروب التسعة في الاثنين ، بقى اثنان وسبعون .

قاعدة أخرى

تجمع المضروبين، وتبسط ما فوق العشرة عشرات ، وتزيد على الحاصل مضروب فضل العشرة على أحدهما في فضلها الآخر .

مثالها : ثمانية في سبعة .

زدنا على الخمسين مضروب الاثنين في الثلاثة .

قاعدة في ضرب الآحاد فيما[1] بين العشرة والعشرين

تجمع المضروبين ، وتبسط الزائد على العشرة عشرات ، ثم تنقص من الحاصل مضروب ما بين المفرد والعشرة في الآحاد التي مع المركب .

مثالها : ثمانية في أربعة عشر .

نقصنا من المائة والعشرين مضروب الاثنين في الاربعة .

قاعدة في ضرب ما بين العشرة والعشرين بعضها في بعض

تزيد آحاد أحدهما على مجموع الآخر ، وتبسط المجتمع عشرات ، ثم تضيف إليه مضروب الآحاد في الآحاد.

وهذه القاعدة سليمة تماماً ، ويمكن البرهنة عليها على الوجه التالي باستعمال الرمزين أ ، ب . للعددين المطلوب إيجاد حاصل ضربها .

الخطوة الأول: أ + ب

الخطوة الثانية: [(أ + ب) – ١٠] × ١٠

الخطوة الثالثة: [(أ + ب) – ١٠] × ١٠ + (١٠ – أ) (١٠ – ب)

= (١٠ أ + ١٠ ب – ١٠٠) + (١٠٠ – ١٠ أ – ١٠ ب + أ ب)

= أ ب وهو المطلوب

من الواضح أن هذه القاعدة ذات صفة عامة ، ويمكن تطبيقها على العددين أ ، ب أياً كانت قيمها سواء تحت العشرة او فوقها ، كل ما هنالك هو تغير اشارة القوسين (١٠–أ) (١٠ – ب) او اي منها حسب قيمة العددين أ ، ب .

(١) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣

مثالها : ضرب[1] اثنى عشر في ثلاثة عشر .

زدنا [2] على المائة والخمسين الستة [3] .

قاعدة

كل عدد يضرب في خمسة ، أو خمسن ، أو خمسمائـة ، فابسط نصفـه عشرات ، أو مئات ، أو ألوفاً ، وخذ للكسر نصف ما أخذت للصحيح .

مثالها : ستة عشر في خمسة ، يحصل بعد العمل[4] ثمانون .

أو سبعة عشر في خمسين ، يحصل بعد العمل[5] ثمان مائة وخمسون .

(أو سبعة عشر في خمسمائة ، فالجواب ثمانية آلاف وخمسمائة)[6] .

قاعدة في ضرب ما بين العشرة والعشرين

فيما بين العشرة والمائة من المركبات

تضرب آحاد أقلها في عدة تكرار العشرة ، وتزيد الحاصل على اكثرهما ، وتبسط المجتمع عشرات ، وتزيد عليه مضروب الآحاد في الآحاد .

مثالها : اثنا عشر في ستة وعشرين .

زدت الاربعة على الستة والعشريـــن ، وبسطت الثلاثين عشرات ، و[7] تممت العمل تحصل ثلثمائة واثنا عشرة .

---

(١) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ (٢) في المخطوط ٧٥٣ : بزيادة .

(٣) في المخطوط ١٢٥٣ : ستة . (٤) في المخطوط ١٢٥٣ : الجواب .

(٥) في المخطوط ١٢٥٣ : فالجواب . (٦) زائد في المخطوط ١٢٥٣ .

(٧) في المخطوط ٧٥٣ : فاذا .

شرح : نوضح قاعدة ضرب ما بين العشرة والعشرين فيما بين العشرة والمـائـة من المركبات ، فنفرض العددين المطلوب إيجاد حاصل ضربهما :

$$(أ + ١٠) ، (ب + ١٠ م)$$

حيث أ ، ب آحاد العددين ، م عدة تكرار العشرة في العدد الاكبر أي رقم العشرات فيه . فطبقا للقاعدة التي يوردها العاملي يكون حاصل الضرب

$$= [أ \times م + (ب + ١٠ م)] \times ١٠ + أ \times ب$$

آحادالاقل في عدة تكرار العشرة — أكثرالعددين — بسط المجتمع في عشره — بضروب الآحاد في الآحاد

قاعدة :

كل عدد يضرب في خمسة عشر ، أو في مائة وخمسين ، أو في الف وخمس مائة ، فزد عليه نصفه ، وابسط الحاصل عشرات أو مئات أو ألوفاً ، وخذ للكسر نصف ما أخذت للصحيح .

مثالها : أربعة وعشرون في خمسة عشر .

تحصل بعد العمل [1] ثلاثمائة وستون ، أو خمسة وعشرون في مائة وخمسين ، تحصل بعد العمل [1] ثلاثة آلاف وسبعمائة وخمسون .

قاعدة في ضرب مابين العشرين والمائة

مما تساوت عشراته بعضه في بعض

تزيد آحاد أحدهما على الآخر ، وتضرب المجتمع في عدة تكرار العشرة ، وتبسط الحاصل عشرات ، ثم تزيد عليه مضروب الآحاد في الآحاد .

مثالها : ثلاثة وعشرون في خمسة وعشرين .

ضربت الثمانية والعشرين في اثنين ، وبسطت الستة والخمسين عشرات ، وتمت العمل [2] حصل المطلوب [3] ، هو [3] خمسمائة وخمسة وسبعون .

= (١٠ أ م + ١٠ ب + ١٠٠ م + أ ب)

وباجراء عملية الضرب (أ + ١٠) × (ب + ١٠٠ م) بفك القوسين

نحصل على : (أب + ١٠ أ م + ١٠ ب + ١٠٠ م)

وبالتالي فالقاعدة صحيحة .

ففي المثال : ١٢ × ٢٦

حاصل الضرب = (٢ × ٢ + ٢٦) × ١٠ + ٢ × ٦

= ٣٠٠ + ١٢ = ٣١٢

(١) في المخطوط ١٢٥٣ : الجواب .　　(٢) ناقصة في المخطوط ٧٥٣ .

(٣) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ .

شرح :

في قاعدة ضرب مابين العشرين والمائة مما تساوت عشراته بعضه في بعض نرمز للعددين المطلوب ضربهما بالقوسين :

(أ + ١٠ م) ، (ب + ١٠ م)

حيت أ ، ب آحاد العددين ، م عدة تكرار العشرة (وهي متساوية في العددين)

فحسب القاعدة يكون حاصل ضرب العددين

(أ + ١٠ م) × (ب + ١٠ م)

مساوياً لـ

[أ + (ب + ١٠ م)] × م × ١٠ + أ ب

[أ + (ب + ١٠ م)]	× م	× ١٠	+ أ ب
آحاد أحد العددين مزاد على العدد الآخر	ضرب المجتمع في عـــدة تكرار العشرة	بسط الحاصل عشرات	مضروب الآحاد فى الآحاد

= (١٠ أ م + ١٠ ب م + ١٠٠ م٢ + أ ب)

وباجراء عملية ضرب القوسين (أ + ١٠ م) (ب + ١٠ م) نحصل على نفس النتيجة ، ومن ثم فالقاعدة صحيحة

ففي المثال : المطلوب ايجاد حاصل ضرب ٢٣ × ٢٥

الجواب : [٣ + ٢٥] × ٢ × ١٠ + ٣ × ٥

= ٥٦٠ + ١٥ = ٥٧٥

قاعدة فيما اختلف عدة عشراته مما بين

العشرين والمائة

تضرب عدة عشرات الاقل في مجموع الاكثر ، وتزيد عليه مضروب آحاد الاقـل في عدة عشرات الاكثر ، وتبسط المجتمع عشرات ، وتضيف اليه مضروب الآحاد في الآحاد .

مثالها : ثلاثة وعشرون فى اربعة وثلاثين .

فزد على الثمانية والستين تسعة ، واضف الي السبعماية والسبعين ، اثنى عشر ، (حصل المطلوب [1] .

(١) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ .

قاعدة :

كل عددين متفاضلين (أي غير متساويين [١] نصف مجموعهما مفرد ، تجمعهما ،وتضرب نصف المجتمع في نفسه ، وتسقط من الحاصل مضروب نصف التفاضـــل بينهما في نفسه ، (فالباقي هو المطلوب) [١] .

مثالها : أربعة وعشرون في ستة وثلاثين ه

فأسقط من التسعمائة (مضروب نصف التفاضل فى نفسه ، أعنى) [٢] ستة وثلاثين ، يبقى ثمانمائة وأربعة وستون .

---

(٢) ناقصة في المخطوط ٧٥٣ .

شرح :

في « قاعدة فيما اختلف عدة عشراته مما بين العشرين والمائة » تفرض العددين (أ + ١٠ ن١) ، (ب + ١٠ ن٢) حيث ن١ ، ن٢ عدة تكرار العشرات فيهما ، ن١ أقل من ن٢ .

فيكون العدد الاقل (أ + ١٠ ن١)

والعدد الاكثر (ب + ١٠ ن٢)

فطبقاً للقاعدة :

حاصل الضرب = [ن١ (ب + ١٠ ن٢) + أ ن٢] × ١٠ + أ ب

(ن١: عدة عشرات الاقل — (ب + ١٠ ن٢): العدد الاكثر — أ ن٢: مضروب آحاد الاقل في عدة عشرات الاكثر — × ١٠: بسط المجتمع عشرات — أ ب: مضروب الآحاد في الآحاد)

= (١٠ ب ن١ + ١٠٠ ن١ ن٢ + ١٠ أ ن٢ + أ ب)

وعند ضرب العددين (أ + ١٠ ن١) ، (ب + ١٠ ن٢) في بعضهما البعض نحصل على نفس النتيجة ، ومن ثم فالقاعدة سليمة .

وفي المثال : ٢٣ × ٣٤

يكون الجواب : [(٢ × ٣٤) + ٣ × ٣] × ١٠ + ٣ × ٤

= (٦٨ + ٩) × ١٠ + ١٢ = ٧٧٠ + ١٢ = ٧٨٢

قاعدة :

قد يسهل الضرب بأن تنسب أحد المضروبين إلى أول أعداد مرتبة فوقه ، وتأخذ بتلك النسبة من الآخر ، وتبسط المأخذ من جنس المنسوب اليه ، والكسر بحسبه .

مثالها : خمسة وعشرون في اثنى عشر

وفي القاعدة التالية نفرض العددين المتفاضلين (المختلفين $ع_{١}$ ، $ع_{٢}$ فيكون حاصل ضربهما ـ طبقاً للقاعدة ـ هو :

$$\left(\frac{ع_{١} + ع_{٢}}{٢}\right)^{٢} - \left(\frac{ع_{١} - ع_{٢}}{٢}\right)^{٢}$$

مضروب نصف مجموع العددين في نفسه — مضروب نصف التفاضل (الفرق) بين العددين في نفسه

أي أن حاصل الضرب قد تم تحويله إلى فرق بين مربعين وبايجاد هذا الفرق نحصل على :

$$\left(\frac{ع_{١} + ع_{٢}}{٢}\right)^{٢} - \left(\frac{ع_{١} - ع_{٢}}{٢}\right)^{٢}$$

$$= \left[\frac{ع_{١}+ع_{٢}}{٢} - \frac{ع_{١}-ع_{٢}}{٢}\right]\left[\frac{ع_{١}+ع_{٢}}{٢} + \frac{ع_{١}-ع_{٢}}{٢}\right]$$

$$= ع_{٢} ع_{١}$$

وبذلك تثبت صحة القاعدة .

وفي المثال : ٢٤ × ٣٦

$$\text{حاصل الضرب} = \left[\frac{٣٦ + ٢٤}{٢}\right]^{٢} - \left[\frac{٣٦ - ٢٤}{٢}\right]^{٢}$$

$$= ٣٠^{٢} - ٦^{٢} = ٩٠٠ - ٣٦ = ٨٦٤$$

تنسب الاول الى المائة بالربع ، وتأخذ ربع الاثنى عشر ، وتبسط المئات [1] .

أو في ثلاثه عشر .

فربعها ثلاثة وربع ، فيحصل [2] ثلاثمائة وخمسة وعشرون .

قاعدة :

قد يسهل الضرب بأن تضعف أحد المضروبين مرة فصاعداً ، وتنصف الآخر بعدةذلك ، وتضرب ماصار اليه أحدهما ، فيما صار اليه الآخر .

مثالها : خمسة وعشرون في ستة عشر .

فلو ضعف الاول مرتين ، ونصف الثاني كذلك ، لرجع إلى ضرب أربعة في مائة ، وهو أظهر .

تبصرة :

فان تكثرت المراتب ، وتشعب العمل ، فاستعن بالقلم .

فان كان ضرب مفرد في مركب فارسمها ، ثم اضرب المفرد بصورته في المرتبة الاولى ، وارسم آحاد الحاصل تحتها ، واحفظ لعشراته آحاداً بعدتها لتزيدها على حاصل ضرب ما بعدها إن كان عدداً ، وإن كان صفراً ، رسمت [3] عدة العشرات تحته [4] ، وان لم يحصل آحاد ، فضع صفراً ، حافظاً لكل عشرة [5] واحداً ، لتفعل به ما عرفت ، ومتى ضربت في صفر ، فارسم صفراً ، أو إن كان مع المفرد أصفاراً فارسمها عن يمين سطر الخارج .

مثاله : خمسة في هذا العدد ٦٢٠٤٣ ، فصورة العمل هكذا) [6] .

٦٢٠٤٣
٥
٣١٠٢١٥

(١) في المخطط ١٢٥٣ : مائة .

(٢) في المخطوط ١٢٥٣ : فالجواب .

(٣) في المخطوط ٧٥٣ : ترسم .

(٤) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ .

(٥) في المخطوط ٧٥٣ : عشرية .

(٦) ناقصة في المخطوط ٧٥٣ .

ولو كانت خمسمائة لزدت عليه (١) قبل سطر الحاصل صفرين ، هكذا :

٦٢٠٤٣
٥٠٠

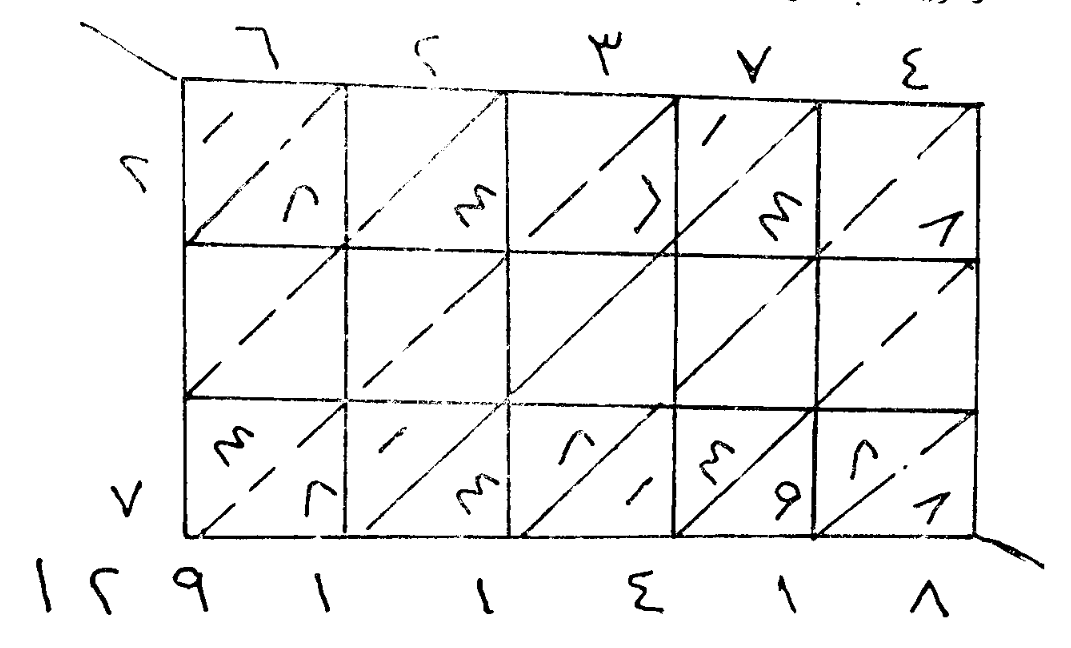
٣١٠٢١٥٠٠

وإن كان ضرب مركب في مركب ، فالطرق فيه كثيرة كالشبكة ، وضرب التوشيح والمحاذات وغيرها .

والاظهر الشبكة ترسم شكلا ذا أربعة أضلاع ، وتقسم إلى مربعات ، وكلا منها الى مثلثين ، فوقاني وتحتاني بخطوط مدربة كما سترى ، وتضع أحد المضروبين فوقة ، كل مرتبة على مربع ، والآخر عن يساره ، فالآحاد تحت العشرات ، وهي تحت المئات ، وهكذا ، ثم اضرب صور المفردات كلا في كل ، وضع الحاصل في مربع يحاذيها ، أحاده في (٢) المثلث التحتاني وعشراته في الفوقاني ، واترك المربعات المحاذية للصفر خاليه ، فاذا تم الحشو فضع مافي المثلث التحتاني الأيمن تحت الشكل ، فان خلا فصفراً ، وهو أول مراتب الحاصل ، ثم اجمع مابين كل خطين موربين ، وضع الحاصل عن يسار ما وضعت أولا ، فان خلا فصفراً ، كما في الجمع .

مثاله : هذا العدد ٦٣٣٧٤ في هذا العدد ٢٠٧

وصورة الشبكة والعمل هكذا :



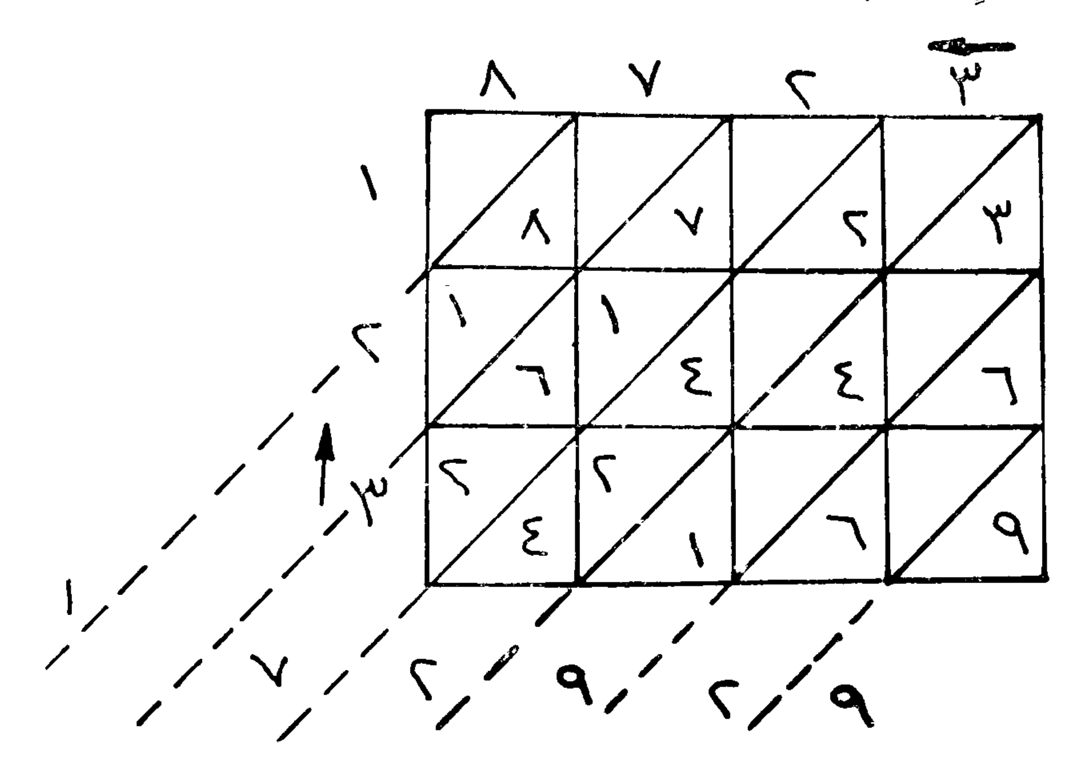
(١) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ . (٢) في المخطوط ١٢٥٣ : من .

شرح : في هذه التبصرة يبدأ العاملي بشرح كيفية ضرب عدد مفرد في عدد مركب ، وهي بعينها نفس الطريقة التي نستعملها اليوم .

أما عن ضرب عددين مركبين في بعضها البعض فان العاملي يخص بالشرح طريقة الشبكة ، ونشرحها بالمثال التالي :

المطلوب إيجاد حاصل ضرب : ٨٧٢٣ × ١٢٣

إنشاء الشبكة :



١٠٧٢٩٢٩ = ١٢٣ × ٨٧٢٣

خطوات العمل :

(١) ترسم مستطيلا ونقسمه الى مربعات بحيث يكون عدد المربعات في الاتجاه الافقي مساوياً لعدد أرقام أحد المضروبين ، ويكون عدد المربعات في الاتجـــاه الرأسي مساوياً لعدد أرقام المضروب الآخر .

(٢) نقسم كل مربع الى مثلثين مثلث علوي وآخر سفلي وذلك بواسطة خطوط مائلة كما هو موضح بالشكل .

(٣) نضع أرقام المضروب الأول فوق الشكل بحيث يقع كل رقم فوق مربع بحيث يكون رقم الآحاد عند المربع الاول يليه رقم العشرات في المربع التالي وهكذا نهاية أرقام المضروب الاول.

(٤) نضع أرقام المضروب الثاني الى الجانب الايسر للمستطيل بحيث يقع كل رقم منه أمام مربع، مبتدئين برقم الآحاد عند أسفل مربع ثم رقم العشرات في المربع الذي يعلوه وهكذا حتى نهاية أرقام المضروب الثاني.

(٥) تبدأ بضرب الرقم العلوي للمضروب الثاني (وهو رقم أعلى مرتبة فيه) في المضروب الاول واضعين حاصل ضرب كل رقم في الآخر في المربع الخاص به بحيث يكون آحاد حاصل الضرب في المثلث السفلي من المربع ورقم عشرات حاصل الضرب في المثلث العلوي منه.

(٦) نكرر العمل بالنسبة لبقية أرقام المضروب الثاني.

(٧) تجمع الارقام المتحصلة في المستطيل، وذلك في الاتجاه القطري (أي في اتجاه الخطوط المورية) بادئين من اليمين الى اليسار، بحيث نجمع كل مابين خطين موربين ونضيف رقم العشرات الى مجموعة الارقام في الخطين الموربين التاليين وهكذا لنحصل على حاصل الضرب بطريق الشبكة.

هذا ويمكننا تحليل طريقة الشبكة بمقارنتها بطريقة الضرب التي نستعملها اليوم، ففي هذه الطريقة نبدأ بضرب رقم آحاد المضروب الثاني في أرقام المضروب الاول، ثم رقم عشرات المضروب الثاني (ويكون حاصل الضرب مبتدمن على خانة العشرات ـ أي مرحلا الى رتبة أعلى)،

الطريقة الحالية		طريقة الشبكة	
المضروب الاول	٨٧٢٣	٨٧٢٣	المفروب الاول
المضروب الثاني	١٢٣	١٢٣	المضروب الثاني
(المضروب من اليمين الى اليسار) ←		(الضرب من اليسار الى اليمين) ←	
ضرب الآحاد	٢٤١٦٩	٨٧٢٣	ضرب المئات
	٢	١	
ضرب العشرات	١٦٤٤٦٠	١٦٤٤٦	ضرب العشرات
	١	٢	
ضرب المئات	٨٧٢٣٠٠	٢٤١٦٩	ضرب الآحاد
	١٠٧٢٩٢٩	١٠٧٢٩٢٩	

والامتحان بضرب ميزان المضروب ، (في ميزان المضروب)[1] فيه ، فميزان الحاصل ان خالف ميزان الخارج ، فالعمل خطأ .

وبعد ذلك نضرب رقم مئات المضروب الثاني في المضروب الاول ، ويكون حاصل الضرب مبتدئاً من خانة المئات ، ثم بجمع المتحصل من عمليات الضرب الجزئية هذه .

وطريقة الشبكة لا تختلف – في جوهرها – عين طريقتنا الحالية ، الا انه في طريقة الشبكة يبدا بضرب رقم أعلى رتبة في المضروب الثاني في المضروب الاول ، ثم المرتبة الاقل ويلاحظ ان الترتيب الهندسي للشبكة (المثلثات الفوقانيه والتحتانية) تؤدي مباشرة الى ترحيل الارقام الى الرتبة الاقل ، ويتضح ذلك بجلاء عند مقارنة الارقام في الخطوط الموربة مع الارقام في الاعمدة الرأسية في المثال المشروح (٨٧٢٣ × ١٢٣) حيث نجد تطابقا تاماً بينها .

مما تقدم تتضح سلامة طريقة الشبكة في اجراء عملية ضرب الاعداد المركبة بعضها في بعض ؛ ونظراً لسهولة عمليات الضرب الجزئية فيها مما لا يحتاج معه الى استيعاب اى عدد محفوظ، فان هذه الطريقة قد تكون ايسر واقل خطأ للمبتدئين من طريقة الضرب التي نتبعها في عصرنا الحالي .

(١) ناقصة في المخطط ١٢٥٣ .

وللتحقق من سلامة عملية الضرب يمكن تطبيق « القاعدة الذهبية » كما سماها الغربيون وهي قاعدة ميزان العدد التى سبق شرحها .

ميزان المضروب × ميزان المضروب فيه = ميزان حاصل الضرب

او ميزان المضروب الاول × ميزان المضروب الثاني = ميزان حاصل الضرب

تطبيقها على المثال الوارد في المخطوط.

٤ ٧ ٣ ٢ ٦ × ٧ ٠ ٢ = ١٢٩١١٤١٨

فبأسقاط تسعة تسعة نحصل على موازين الاعداد

٤ × صفر = صفراً

وبتطبيق القاعدة على المثال المشروح :

٣ ٢ ٧ ٨ × ١٢٣ = ١٠٧٢٩٢٩

(٢ × ٦)

٣ = ٣

∴ فعمليات الضرب صحيحة

الفصل الخامس : في القسمة

وهي طلب عدد نسبة الى الواحد كنسبة المقسوم الى المقسوم عليه ، فهي عكس الضرب والعمل فيها ان تطلب عدداً اذا ضربته في المقسوم عليه ، يساوي الحاصل المقسوم او نقص عنه بأقل من المقسوم عليه ، فان ساواه[1] فالمفروض خارج القسمة ، وان نقص عنه كذلك فانسب ذلك الاقل الى المقسوم عليه ، فحاصل النسبة مع ذلك العدد هو الخارج ، فان تكثرت الاعداد فارسم جدولا سطوره بعدة مراتب المقسوم ، وضعها خلالها ، والمقسوم عليه تحته بحيث يحاذى آخره ان لم يزد المقسوم عليه عن محاذية من المقسوم اذا حاذاه ، والا فبحيث يحادى متلو آخر المقسوم ، ثم تطلب اكثر عدد من الآحاد يمكن ضربه في واحد (واحد)[2] من مراتب المقسوم عليه ، ونقصان الحاصل مما يحاذيه من المقسوم ، ومما على يساره ان كان شيء واضعاً للباقي تحت خط فاصل ، فاذا وجدته وضعته فوق الجدول محاذياً لاول مراتب المقسوم عليه ، وعملت به ما عرفت ثم تنقل المقسوم عليه الى اليمين بمرتبة او ما بقى من المقسوم الى اليسار بعد خط عرضي ، ثم تطلب اعظم عدد آخر كما مر ، وضعه عن يمين الاول ، واعمل به ما عرفت ، فان لم يوجد فضع صفراً ، وانقل كما مر وهكذا ليصير اول المقسوم محاذياً لاول المقسوم عليه ، فيكون الموضوع اعلى[3] الجدول خارج القسمة ، فان بقى من المقسوم شيء فهو كسر ، مخرجه المقسوم عليه .

مثاله : تقسيم هذا العدد ٩٧٥٧٤١ على هذا العدد ٥٣ فخارج القسمة ١٨٤١٠ من الصحاح ، واحد عشر[4] جزءاً من ثلاثة وخمسين اذا فرض واحداً وهذه صورته :

---

(١) فى المخطط ٧٥٣ : ساوي . (٢) زائدة فى المخطط ٧٥٣ .

(٣) في المخطط ٧٥٣ : على

(٤) فى المحطط ١٢٥٣ : وستة واربعين ، وهو ولا شك خطأ وتحريف .

	١	٨	٤	١	٠
٩	٧	٥	٧	٤	١
٥	٣				
٤	٤				
٤	٠				
	٣				
	٢	٣			
	٢	١			
	٢	٠			
		١			
		١	٢		
		٠	٥		
			٥	٣	
			٠	١	١
				٥	٣
			٥	٣	
		٥	٣		
	٥	٣			
٥	٣				

والامتحان بضرب ميزان الخارج ، في ميزان المقسوم عليه ، وزيادة ميزان الباقي إن وجد [1] كان على الحاصل ، فميزان المجتمع إن خالف ميزان المقسوم ، فالعمل خطأ .

---

(١) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ .

شرح :

طريقة القسمة الواردة في المخطوط لا تختلف في جوهرها عن الطريقة التي نتبعها في عصرنا الحالي ، إنما يقع الخلاف في مواضع كتابة المقسوم والمقسوم عليه وخارج القسمة ، فبالنسبة للمثال المذكور يمكن مقارنة الحل على صورته الحالية مع الحل الموجود في المخطوط

المقسوم	٩٧٥٧٤١	٥٣	المقسوم عليه
	٥٣	$١٨٤١٠ \frac{١١}{٥٣}$	ناتج القسمة
	٤٤٥		
	٤٢٤		
	٢١٧		
	٢١٢		
	٥٤		
	٥٣		
	١١		

ليتأكد لنا لم نزد شيئاً – في الواقع – عما عرفة العرب قبلاً في موضوع القسمة .

الفصل السادس : في استخراج الجذر (١)

العدد المضروب في نفسه يسمى جذراً في المحاسبات ، وضلعاً في المساحة ، وشيئاً في الجبر والمقابلة ، ويسمى الحاصل مجذوراً ، ومربعاً ، ومالاً .

والعدد ان كان قليلاً فاستخراج جذره لا يحتاج الى تأمل ان كان منطقاً ، وان كان اصماً ، فاسقط منه اقرب المجذورات اليه ، وانسب الباقي الى مضعف جذر المسقط مع الواحد، فجذر المسقط مع حاصل النسبة هو جذر الاصم بالتقريب ، وان كان كثيراً فضعه خلال جدول كالمقسوم ، وعلم مراتبه بتخطي مرتبة مرتبة(٢) ، ثم اطلب عدد من الآحاد ، واذا ضرب في نفسه ونقص الحاصل مما يحاذي العلامة الاخيرة، ومما عن يساره افناه او بقي اقل من المنقوص منه ، فاذا وجدته وضعته فوقها وتحتها بمسافة ، وضربت التحتاني في الفوقاني ، ووضعت الحاصل تحت العدد المطلوب جذره بحيث يحاذي آحاده المضروب فيه ، ونقصته مما يحاذيه ، ومما عن يساره ، ووضعت الباقي تحته بعد الفاصلة ، ثم تزيد الفوقاني على التحتاني ، وتنقل الجميع الى اليمين بمرتبة ، ثم تطلب اعظم عدد كذلك اذا وضعته فوق العلامة الاخيرة وتحتها امكن ضربه في مرتبة مرتبة من التحتاني ، ونقصان الحاصل مما يحاذيه ، ومما عن يساره ، فاذا وجدته وعملت به .

---

(١) الجذر بفتح الجيم وكسرها وبسكون الدال المعجمة أصل الشيء .

(٢) في المخطوط ١٢٥٣ .

شرح :

في صدر هذا الفصل يعرف العاملي الجذر والضلع والشيء ، كذا المجذور والمساحة والمال ، ويمكن بيان ذلك مدعماً بالرموز بقصد الايضاح على الوجه التالي :

	العدد		العدد مضروب في نفسه	
في المحاسبات :	الجذر	ع	المجذور (الذي يمكن جذره)	$ع^٢$
في المساحة :	الضلع	ل	المساحة	$ل^٢$
في الجبر والمقابلة :	الشيء	س	المال	$س^٢$

ويبدأ العاملي بتقديم طريقة تقريبية لايجاد الجذر التربيعي للعدد الاصم ع الذي يمكن وضعه على الصوره :

$ع = (ن^٢ + م)$ حيث $ن^٢$ اقرب المجذورات الى ع

، م الباقي بعد اسقاط $ن^٢$ من ع

فطبقا لمتن المخطوط نحصل على $\sqrt{ع}$ من العلاقة المقربة :

$$\sqrt{ع} = (ن + \frac{م}{٢ن + ١}) = \text{جذر العدد الأصم ع}$$

ويجيء الكلام مرة ثانية عن هذه القاعدة في القسم الثاني من هذا الكتاب عند تحليلنا لما جاء بكتاب العاملي « الكشكول » .

هذا وقد سبق لأبي بكر محمد بن الحسن الكرخي أن اورد هـــذه القاعدة في كتابه « كافي الحساب الذي ألفه بين سنتي ٤٠١ ، ٤٠٧ هـ (١٠١٠ - ١٠١٦ م) وأهداه الى الوزير أبي غالب محمد بن خلف الذي اشتهر بلقب « فخر الملك ، وينسب الى الكرخي استخراجه لهذه القاعدة بطريقة جبرية ، كذلك وردت قاعدة مشابهة في كتاب تلخيص أعمال الحساب » لابن البنا المراكشي الذي عاش في الفترة من سنة ٦٥٤ هـ الى سنة ٧٢١ هـ (١٣٥٦ - ١٣٢١ م) .

شرح :
وجدير بالذكر أن البابليين كانوا يستعملون - في استخراج الجذور التربيعية - القاعدة التالية :

$$\sqrt{ع} = \sqrt{ن^٢ + م} = (ن + \frac{م}{٢ ن})$$

وقد وردت هذه القاعدة في كتابات محمد بن موسى الخوارزمي ، الا انها كانت محلا للنقد ، فعدلها الرياضيون العرب من بعده لتصبح على النحو التالي :

$$\sqrt{ع} = \sqrt{ن^٢ + م} = (ن + \frac{م}{٢ ن + ١})$$

وهي نفس الصورة التي أشار اليها العاملي .

وينسب الى احمـــد بن ابراهيم الاقليدسي الذي عاش في القرن العاشر للميلاد أنه لما رأى ان :

ما عرفت زدت الفوقاني على التحتاني ، ونقلت مافي السطر التحتاني إلى اليمين بمرتبة . وان لم يوجد فضع فوق العلامة وتحتها صفراً وانقل وهكذا الى ان يتم العمـــل ، فما فوق الجدول هو الجذر ، فان لم يبق شيء تحت الخطوط الفواصل ، فالعـــدد منطق ، وان بقى فاصم ، وتلك البقية كسر فخرجهـا ما يحصل من زيادة ما فوق العلامـة الاولى مع واحد على التحتاني .

مثـاله :

اردنا جذر هذا العدد ١٢٨١٧٢ ، عملنا ماقلنا صار هكذا :

وبقي [1] تحت الخطوط الفواصل ثمانية ، فهي كسر مخرجها الحاصل من زيادة مافوق العلامـــة الاولى ، وواحد على التحتاني ، اعنى ٧١٧ .

والامتحان بضرب ميزان الخارج في نفسه ، وزيادة ميزان الباقى ان كان على الحاصل ، فميزان المجتمع ان خالف ميزان العدد فالعمل خطأ ، والله اعلم .

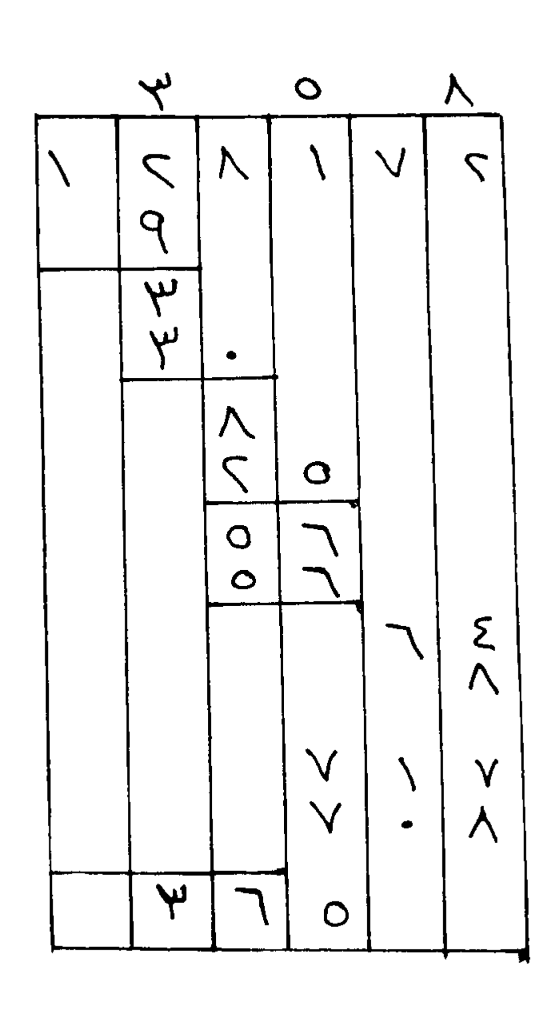
المقدار (ن + ٢ ن / م) ـ حسب قاعدة البابليـــين ـ يعطى جذوراً تزيد عن القيم الحقيقية .

وان المقدار (ن + ٢ ن + ١ / م) ـ حسب تعديل الرياضيين العرب ـ يعطى قيما اقل من الحقيقة .

فقد اقترح قيمة وسطاً بينهما على النحو التالي :

$$\sqrt{ع} = \sqrt{ن^{٢} + م} = ن + \frac{١}{٢}\left[\frac{م}{٢ن} + \frac{م}{٢ن + ١}\right]$$

(١) في المخطط ١٢٥٣ .



الباب الثاني

في حساب الكسور

وفيه ثلاث مقدمات وستة فصول :

المقدمة الاولى

كل عددين غير الواحد ان تساويا فمتماثلان (١) ، والا فان افنى اقلهما الاكثر فمتداخلان(٢) والا فان عدهما ثالث فمتوافقان (٣) ، والكسر الذي هو مخرجه فهو وفقهما ، والا فمتباينان (٤) ، والتماثل بين ، ويعرف البواقي بقسمه الاكثر على الاقل ، فان لم يبق شيء فمتداخلان ، وان بقي قسمنا المقسوم عليه على الباقي ، وهكذا الى ان لايبقى شيء فالعددان متوافقان ، والمقسوم عليه الاخير هو العاد لهما ، او يبقى واحد فمتباينان .

ثم الكسر اما منطق ، وهو الكسور التسعة المشهورة ، او اصم ولا يمكن التعبير عنه الا بالجزء ، وكل منهما إما مفرد كالثلث ، وجزء من احد عشر ، او مكرر كالثلثين وجزءين من احد عشر ، او مضاف كنصف سدس ، وجزء من احد عشر من الجزء من ثلثة عشر ، او معطوف كالنصف والثلث ، وجزء من احد عشر ، وجزء من ثلثة عشر ، واذا رسمت الكسر ، فان كان معه صحيح ، فارسمه فوقه ، والكسر تحته ، فوق المخرج ، والا فضع

شرح :

(١) العددان المتماثلان هما العددان المتشابهان من كل الوجوه اي المتساويان كسبعة وسبعة ؛ والكسران المتماثلان هما الكسران المتساويان كربع وربع .

(٢) العددان المتداخلان هما العددان المختلفان اللذان يعني اصغرهما اكبرهما ، او بعبارة اخرى ان يكون العدد الاكبر فيهما قابلاً للقسمة على العدد الاصغر ، مثال ذلك ٢،٨ ، فهما متداخلان حيث اننا اذا انقصنا الاثنين من الثمانية اربعة مرات لم يبق منها شيء ، اي ان الاثنين تفنى الثمانية ، او بعبارة ثالثة فانه بقبول الثمانية للقسمة على الاثنين فان الثمانية

صفراً مكانه ، وفي المعطوف يرسمون الواو ، وفي الاصم المضاف من ، فالواحد ، والثلثان هكذا ١ ، ونصف خمسة اسداس هكذا :

$$\frac{٢}{٣}$$

$$\begin{array}{c}١\\ ٢\\ \hline ٥\\ ٦\end{array}$$ ، والخمسان وثلثة أرباع هكذا : $\begin{array}{c}\cdot\\ \frac{٢}{٥}\end{array}$ و $\begin{array}{c}\cdot\\ \frac{٣}{٤}\end{array}$

من احد عشر من جزء من ثلثة عشر هكذا :

$$\begin{array}{c}١\\ ١١\\ \text{من}\\ ١\\ ١٣\end{array}$$ (أو $\frac{١}{١١}$ من $\frac{١}{١٣}$).(١)

تكون مكونة من عدد صحيح من الاثنين بحيث انه باسقاط اثنين من الثمانية لعدد من المرات يساوي العدد الصحيح الناتج من القسمة فانه لايبقى من الثمانية شيء فنقول ان الاثنين تفنى الثمانية ، وبعبارة رابعة يمكننا القول بأنه في العددين المتداخلين يكون العدد الاصغر احد عوامل العدد الاكبر او مجموعة من عوامله مضروبة في بعضهاالبعض كالعددين ١٨ ، ٦ فعوامل العدد ١٨ هي ٢ ، ٣ ، ٣ ، اي ان ١٨ = ٢ × ٣ × ٣ وكذلك العدد٦ عوامله ٢ ، ٣ ، اي ان ٦=٢×٣، فتكون الستة مجموعة من عاملين من عوامل العدد ١٨ وهما ٢ × ٣ ، ومن الواضح ان ١٨ تقبل القسمة على ٦ وتكون نتيجة القسمة ٣ ، ولو اسقطنا العدد ٦ من العدد ١٨ مرة واحدة يكون الباقي ١٢ ، ومرتين يكون الباقي ٦ ، ومرة ثالثة لا يبقى شيء ، فيقال ان الستة تفني الثمانية عشر ، فهما عددان متداخلان .

(٣) العددان المتوافقان هما العددان اللذان يقبلان القسمة على عدد ثالث ، هو أحد عواملها بالطبع ، مثال ذلك العددان ٦ ، ٩ فانهما يقبلان القسمة على ٣ ، وبالتالي فالعدد ٣ عامل مشترك بينهما ، اي احد العوامل الاولية (الاضلاع) لكل منهما .

(٤) العددان المتباينان هما العددان المختلفان اللذان لا يشتركان في عامل من عواملهما الاولية ، وبالتالي ليس لهما عامل مشترك إلا الواحد ، مثال ذلك العددان ١٣ ، ١٩ .

(١) كما في المخطوط ١٢٥٣ .

المقدمة الثانية

مخرج الكسر اقل عدد يصح منه ذلك الكسر ، فمخرج المفرد ظاهر ، وهو بعينه مخرج المكرر ، ومخرج المضاف مضروب مخارج مفرداته بعضها في بعض ، اما المعطوف فاعتبر مخرجي كسرين منه ، فان تباينا ، فاضرب احدهما في الآخر ، او توافقا فاضرب وفق احـــدهما في الآخر ، او تداخلا فاكتف بالاكثر ، ثم اعتبر الحاصل مع مخرج الكسر الثالث ، واعمل ما عرفت وهكذا وهكذا [1] ، فالحاصل هو المطلوب ، ففي تحصيل مخرج الكسور التسعة تضرب الاثنين في الثلثه للتباين ، والحاصل في نصف الاربعة . للتوافق ، والحاصل في الخمسة للتباين ، والستة داخلة في الحاصل فاكتف به ، واضربه في السبعة للمباينة ، والحاصل في ربع الثمانية ، والحاصل في ثلث التسعة للتوافق ، والعشرة داخلة فى الحاصل ، وهو الفان وخمسمائة وعشرون فاكتف به وهو المطلوب[2] .

تتمة :

وك ان تعتبر مخارج مفرداته ، فما كان منها داخلا في غيرة فاسقطه واكتف بالاكثر ، وما كان متوافقاً فاستبدل به وفقه ، واعمل بالوفق ، كذلك ليؤل المخارج الباقية الى التبـاين ، فاضرب بعضها في بعض ، والحاصل هو المطلوب .

ففي المثال تسقط الاثنين والثلاثة والاربعة والخمسة لدخولها في البواقى ، والستة توافق الثمانية بالنصف ، فاستبدل بها نصفها ، وهو داخل فى التسعة فاسقطه ، والثمانيـة توافق العشرة بالنصف ، فاضرب خمسة فى الثمانية والحاصل في السبعة ، والحاصل في التسعة ليخرج المطلوب.

لطيفة :

يحصل مخرج الكسور التسعة من ضرب ايام الشهر في عدة الشهور ، والحاصـــل فى ايام الاسبوع ، ومن ضرب مخارج الكسور التي فيها حرف العين بعضهـــا في بعض ، ومثل امير المؤمنين علي رضي الله عنه ، من[3] ذلك ، فقال اضرب ايام اسبوعك في ايام سنتك.

---

(١) في المخطوط ١٢٥٣ . (٢) راجع الشرح في نهاية المقدمة . (٣) في المخطوط ١٢٥٣ : عن [4] .

شرح :

(٤) في هذه « اللطيفة » يعرض العاملي لايجاد مخرج الكسور التسعة ، أي لايجاد القاسم

المشترك الاصغر لهذه الكسور التسعة ، ولنبين اولاً المقصود بايجاد القاسم المشترك الاصغر ، فنفرض ان المطلوب مثلا هو جمع الكسرين ٢ / ١ ، ٣ / ١ ، فنبدأ بتوحيد مخرجي الكسرين بان نحول كلا من الكسرين الى كسر مخرجه (اي مقامه) ستة (اي ٢ × ٣ حاصل ضرب مخرجي الكسرين) ، فيصير الكسران : ٦/٣ ، ٦/٢ ، وفي هذه الحالة يتيسر الجمع فتكون النتيجة ٦ / ٥ ، وعملية توحيد مخرجي الكسرين تقتضي ايجاد ما نسميه بالقاسم المشترك وهو حاصل ضرب المخرجين في صورته العامة ، الا انه مع تعدد الكسور وبالتالي تعدد مخارجها فان ايجاد القاسم المشترك بهذه الكيفية - على بساطتها - لا يعطينا اصغر قاسم مشترك ، ولنوضح ذلك بمثال فنقول ان المطلوب مثلا هو حاصل جمع الكسور ٢/١ ، ٦/١ ، ٨/١ ، ٩/١ ، فمن الميسور ان نقول ان القاسم المشترك هو حاصل ضرب المخارج الاربعة بعضها في بعض هكذا : ٢ × ٦ × ٨ × ٩ ، الا ان هناك قاسماً مشتركا اصغر من هذا القاسم ، وبالتالي فان ايجاده يؤدي الي تبسيط اكثر للعمليات الخاصة بالكسور ، ولذلك نقول ان المخارج الاربعة هي على التوالي :

٢ ، ٢ × ٣ ، ٢^٣ ، ٣^٢

ولذلك فان القاسم المشترك الاصغر يكون حاصل ضرب الاعداد الاولية مرفوعة الى اعلى قوة لها ، فنجد مثلا ان الاثنين في المخرجين الاولين موجودة في المخرج الثالث فيمكن الاكتفاء به عن العامل الاول ٢ ، كذلك فان الثلاثة في المخرج الثاني موجودة ضمن المخرج الرابع ، وبالتالي يمكن الاكتفاء بالمخرج الرابع فيما يخص العامل الاولي ٣ ، وبذلك يكون القاسم المشترك الاصغر هو : ٢^٣ × ٣^٢ ، اي ٨ × ٩ = ٧٢ ، وهو ابسط بكثير مما لو ضربنا جميع المخارج في بعضها البعض : ٢ × ٦ × ٨ × ٩ = ١٢ × ٧٢ ، في الوقت الذي يؤدي فيه القاسم المشترك الاصغر الغرض ، وهو توحيد مخارج الكسور حتى يتسنى اجراء عمليتي الجمع والطرح .

بعد هذه المقدمة نعرج الى ايجاد مخرج الكسور التسعة ، فنقول ان الكسور التسعة المقصودة هي :

$$\frac{١}{٢} \quad \frac{١}{٣} \quad \frac{١}{٤} \quad \frac{١}{٥} \quad \frac{١}{٦} \quad \frac{١}{٧} \quad \frac{١}{٨} \quad \frac{١}{٩} \quad \frac{١}{١٠}$$

شرح :

وبامعان النظر في مخارج هذه الكسور التسعة نجد ان المخرج ٨ يكفينا بالنسبة للعامل الاولى ٢ ، كما ان المخرج ٩ يكفينا ايضاً بالنسبة للعامل الاولي ٣ ، كذلك فالمخرجان ٥ ، ٧ يمثلان العاملين الاولين ٥ ، ٧ ، وبذلك يكون مخرج الكسور التسعة (أي القاسم المشترك الاصغر) هو :

٨ × ٩ × ٥ × ٧ = ٣٦٠ × ٧ = ٢٥٢٠

اي ان مخرج الكسور التسعة هو : ٣٠ × ١٢ × ٧

اى : « عدد ايام الشهر × عدة الشهور (عدد الشهور في السنة) × عدد ايام الاسبوع وهي القاعدة التي وردت في « لطيفة » العاملي.

وكذلك فقول امير المؤمنين علي كرم الله وجهه عن مخرج الكسور التسعة : « اضرب ايام اسبوعك في ايام سنتك » قول غاية في الصحة (٧ × ٣٦٠) .

ورد ايضاً في « لطيفة » العاملي ان مخرج الكسور التسعة يحصل من ضرب مخارج الكسور التي فيها حرف العين بعضها في بعض ، وهو قول صحيح ايضاً ، حيث ان الكسور التي فيها حرف العين هي : الربع ، والسبع ، والتسع ، والعشر ، وحاصل ضرب مخارج هذه الكسور الاربعة هو : ٤ × ٧ × ٩ × ١٠ = ٣٦٠ × ٧ من هذا نتبين صحة ما جاء في هذه « اللطيفة » .

المقدمة الثالثة

في التجنيس والرفع

اما التجنيس فجعل الصحيح كسوراً من جنس كسر معين ، والعمل فيه اذا كان مع الصحيح كسر ان تضرب الصحيح في مخرج الكسر ، تزيد عليه صورة الكسر ، فمجنس الاثنين والربع تسعة ، ومجنس الستة وثلثه اخماس ثلثة وثلثون ، ومجنس الاربعة وثلث سبع خمسة وثمانون .

واما الرفع فجعل الكسور صحاحاً ، فان كان معنا كسر عدده اكثر من مخرجه قسمناه على مخرجه ، فالخارج صحيح ، والباقي كسر من ذلك المخرج . فمرفوع خمسة عشر ربعاً[1] ثلثة وثلثة ارباع .

(١) ناقصة في المخطط ١٢٥٣

الفصل الاول : في جمع الكسور وتضعيفها

يؤخذ من المخرج المشترك مجموعها او مضعفها ، ويقسم عددها ان زاد عليه[1] ،فالخارج صحاح ، والباقي كسور منه ، وان نقص عنه نسب اليه ، وان ساواه فالحاصل واحد ، فالنصف والثلث والربع واحد ونصف سدس ، والسدس والثلث نصف . والنصف والسدس والثلث واحد ، وضعف ثلثة اخماس واحد وخمس .

الفصل الثاني : في تنصيف الكسور وتفريقها

اما التنصيف فان كان الكسر زوجاً نصفته ، او فرداً ضعفت المخرج ، ونسبت الكسر[2] اليه وهو ظاهر .

واما التفريق فتنقص احدهما من الآخر بعد اخذهما من المخرج المشترك ، وتنسب الباقي اليه ، فان نقصت الربع من الثلث بقي نصف سدس .

الفصل الثالث : في ضرب الكسور

ان كان الكسر في احد الطرفين فقط مع صحيح او بدونه ، فاضرب المجنس او صورة الكسر في الصحيح ، ثم اقسم الحاصل على المخرج او انسبه منه ، ففي ضرب اثنين وثلثة اخماس في اربعة ، المجنس في الصحيح ، اثنان وخمسون ، قسمناه على خمسة ، خرج عشرة وخمسان ، وفي ضرب ثلثة ارباع في سبعة ، قسمنا احداً وعشرين على اربعة خرج خمسة وربع ، وهو المطلوب . وان كان الكسر في كلا الطرفين والصحيح معهما ، او مع احدهما اولاً ، فاضرب المجنس في المجنس ، او في صورة الكسر ، او الصورة في الصورة ، وهو الحاصل الاول ، ثم المخرج في المخرج وهو الحاصل الثاني ، فاقسم الاول عليه ، او انسبه منه ، فالخارج هو المطلوب ، فالحاصل من ضرب الاثنين ونصف ، فى ثلثة وثلث ، ثمانية وثلث ، ومن اثنين وربع في خمسة اسداس ، واحد وسبعة اثمان ، ومن ثلثة ارباع في خمسة اسباع ، نصف وربع سبع .

---

(1) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ .

(2) في المخطوط ١٢٥٣ : الكسور .

الفصل الرابع : في قسمه الكسور

وهي ثمانية أصناف كما يشهد به التأمل ، والعمل فيها أن تضرب كلا من المقسوم عليه في المخرج المشترك ، ان كان مع كل منهما كسر ، او في المخرج الموجود ان كان احدهما فقط ذا كسر ، ثم تقسم حاصل المقسوم على حاصل المقسوم عليه او تنسبه منه ، فالخارج من قسمة خمسة وربع على ثلثه ، واحد وثلثة أرباع ، وبالعكس أربعة أسباع ، ومن السدسين على السدس ، اثنان ، كما يشهد به تعريف القسمة بما مر ، وعليك استخراج باقي الامثلة .

الفصل الخامس : في استخراج جذر الكسور

ان كان مع الكسر صحيح ، جنس ليرجع الكل كسوراً ، ثم إن كان الكسروالمخرج منطقين ، قسمت جذر الكسر على جذر المخرج ، أو نسبته منه ، فجذر ستة وربع اثنان ونصف ، وجذر اربعة اتساع ثلثان .

وان لم يكونا منطقين ضربت الكسر في المخرج ، وأخذت جذر الحاصل بالتقريبوقسمته على المخرج ، ففي تجذير ثلثة ونصف ، تضرب سبعة في اثنين ، وتأخذ جذر الحاصل بالتقريب، وهو ثلثة وخمسه أسباع ، وتقسمه على اثنين ليخرج واحد وستة أسباع .

الفصل السادس : في تحويل الكسر من مخرج الى مخرج

اضرب عدد الكسر في المخرج المحول اليه ، واقسم الحاصل على مخرجه ، فالخارج هو الكسر المطلوب ، من مخرج المحول اليه ، فلو قيل خمسة أسباع كم ثمناً ، قسمت اربعين على سبعة ، خرج خمسه أثمان وخمسة أسباع ثمن ، ولو قيل كم سدساً ، فالجواب اربعة اسداس وسبعا سدس .

الباب الثالث

في استخراج المجهولات بالاربعة المتناسبة

وهي ما نسبة اولها الى ثانيها كنسبة ثالثها الى رابعها ، ويلزمها مساواة سطح [1] الطرفين لسطح الوسطين كما برهن عليه ، فاذا جهـل احد الطرفين ، فاقسم سطح الوسطين على الطرف المعلوم ، او احد الوسطين ، فاقسم مسطح الطرفين على الوسط المعلوم ، فالخارج هو المطلوب .

والسؤال إما ان يتعلق بالزيادة والنقصان ، او بالمعاملات ونحوها ، فالاول نحو اي عـدد اذا زيد عليه ربعه صار ثلثة مثلاً ، فالطريق ان تأخذ مخرج الكسر ، ويسمى المأخـذ ، وتتصرف فيه بحسب السؤال ، فما انتهيت اليه يسمى الواسطة ، فيحصل معـك معلومات ثلث المأخذ والواسطة والمعلوم ، وهو ما اعطاه السائل بقوله صار كذا ، ونسبة المأخذ وهوالاول ، الى الواسطة وهي الثاني ، كنسبة المجهول وهو الثالث ، الى المعلوم وهو الرابـع ، فاضربالمأخذ في المعلوم ، واقسم الحاصل على الواسطة ، ليخرج المجهول ، فهو في المثال اثنـان وخمسان ، واما الثاني فكما او قيل خمسة ارطال بثلثة دراهم ، رطلان بكم ، فخمسة ارطال المسعر ،والثلثة السعر ، والرطلان المثمن ، والمسئول عنه الثمن ، ونسبة المسعر الى السعر كنسبة المثمن الى الثمن ، فالمجهول الرابـع ، فاقسم مسطح الوسطين وهو ستة ، على الاول وهو خمسة .

ولو قيل كم رطلا بدرهمين ، فالمجهول المثمن وهو الثالث ، فاقسم مسطح الطرفين وهو عشرة ، على الثاني وهو ثلثة ، ومن هنا اخذ قولهم يضرب آخر السؤال في غـير جنسه ، ويقسم الحاصل على جنسه ، وهذا باب عظيم النفع فاحفظ به .

---

(1) يقصد بالسطح حاصل الضرب .

شرح :

اذا رمزنا للمقادير الاربعة المتناسبة بالرموز : ٩ ، ب ، جـ ، د ،

فانه طبقاً للتعريف الوارد فان :

$$\frac{\text{٩}}{\text{ب}} = \frac{\text{حـ}}{\text{د}} \quad \text{،} \quad \text{اي ان} \quad \frac{\text{الاول}}{\text{الثاني}} = \frac{\text{الثالث}}{\text{الرابع}}$$

شرح :

ويسمى الرمزان ﻫ ، د الطرفين ، والرمزان ب ، حـ الوسطين ، ولما كان مسطح (اي حاصل ضرب) الطرفين مساويا لمسطح الوسطين ، فان :

ﻫ × د = ب × حـ اي ان : الاول × الرابع = الثاني × الثالث .

وبمعرفة ثلاثة من هذه المقادير الاربعة المتناسبة يمكن استخراج المقدار المجهول باستخدام هذه العلاقة .

ولقد ساق العاملي امثلة ثلاث نبينها فيما يلي :

المثال الاول :

ماهو العدد الذي اذا اضيف اليه ربعه اصبح ثلاثة ؟ يحدد العاملي طريق الحل فيقول: يؤخذ مخرج الكسر – وهو ٤ – ويسمي « المأخذ » ، ويتصرف فيه بحسب السؤال – اي يضاف اليه ربعه – فيصبح ٥ ، ويسميه العاملي « الواسطة » .

فنحصل على معلومات ثلاث هي :

المأخذ = ٤

الواسطه = ٥

المعلوم = ٣ (ما أعطاه السائل)

ويضع العاملي معادلته على الوجه التالي :

$$\frac{\text{المأخذ}}{\text{الواسطة}} = \frac{\text{المجهول}}{\text{المعلوم}}$$

وبالتعويض في هذه المعادلة ، نجد أن :

$$\frac{٤}{٥} = \frac{\text{المجهول}}{٣}$$

فيكون العدد المطلوب هو :

$$\frac{٤ \times ٣}{٥} = \frac{١٢}{٥} = ٢\frac{٢}{٥}$$

شرح :

وبتحليل هذا المثال يمكننا أن نطرق الحل على الوجه التالى :

$$\frac{١}{٤}\ ١ \times \text{العدد المجهول} = ٣$$

اي ان $$\frac{٥}{٤} \times \text{المجهول} = \text{المعلوم}$$

وباستخدام تعبيرات العاملي تكون المعادله كما يلي :

$$\frac{\text{الواسطة}}{\text{المأخذ}} \times \text{المجهول} = \text{المعلوم}$$

أي ان المجهول $= \frac{\text{المأخذ} \times \text{المعلوم}}{\text{الواسطه}}$ ، وهو ماورد المثال .

المثال الثاني :

٥ ارطال بثلاثة دراهم ، رطلان بكم ؟

الارطال الخمسة تسمى : المسعر

والدراهم الثلاثة تسمي : السعر

والرطلان يسميان : المثمن

والمسئول عنه هو : الثمن

والقاعدة هي : $\frac{\text{المسعر}}{\text{السعر}} = \frac{\text{المثمن}}{\text{الثمن}}$

فالتعويض نجد ان: $\frac{٥}{٣} = \frac{٢}{\text{الثمن}}$

فيكون الثمن $= \frac{٢ \times ٣}{٥} = \frac{٦}{٥} = ١\frac{١}{٥}$ درهماً

شرح :

ومن الواضح ان نسبة السعر الى المسعر ماهي الا قيمة الوحده ، فهي في المثـال قيمة الرطل بالدراهم .

المثال الثالث :

٥ ارطال بثلاثة دراهم ، كم رطلا بدرهمين ؟

فالمجهول هنا « المثمن » ، فتكون المعادلة على النحو التالي :

$$\frac{٥}{٣} = \frac{\text{المثمن (المجهول)}}{٢}$$

فيكون المثمن = $\frac{٥ \times ٢}{٣} = \frac{١٠}{٣} = \frac{١}{٣}$ ٣ رطلا

الباب الرابع

في استخراج المجهولات بحساب الخطأين

تفرض المجهول ما شئت ، وتسميه المفروض الاول ، وتتصرف فيه بحسب السؤال ، فان طابق فهو المطلوب ، وان اخطأ بزيادة او نقصان فهو الخطأ الاول ، ثم تفرض آخر وهو المفروض الثاني ، فان اخطأ حصل الخطأ الثاني ، ثم اضرب المفروض الاول في الخطأ الثاني ، وتسميه المحفوظ الاول ، والمفروض الثاني في الخطأ الاول ، وهو المحفوظ الثاني ، فان كان الخطأن زائدين او ناقصين ، فاقسم الفضل بين المحفوظين على الفضل بين الخطئين ، وان اختلفا فمجموع المحفوظين على مجموع الخطأين ليخرج المجهول.

فلو قيل اي عدد زيد عليه ثلثاه ودرهم حصل عشرة ، فان فرضته تسعة فالخطأ الاول ستة زائدة ، او ستة فالخطأ الثاني واحد زائد ، فالمحفوظ الاول تسعة ، والثاني ستة وثلاثون ، والخارج من قسمة الفضل بينهما على الفضل بين الخطئين ، خمسة وخمسان وهو المطلوب .

ولو قيل اي عدد زيد عليه ربعه ، وعلى الحاصل ثلثة اخماسه [1] ، ونقص من [2] المجتمع خمسة دراهم ، عاد الاول . فلو فرضته اربعة ، اخطأت بواحد ناقص [3] ، ثمانية فبثلاثة زائدة ، وخارج قسمة مجموع المحفوظين [على مجموع الخطأين][4] خمسة ، وهو المطلوب .

---

(١) في المخطوط ١٢٥٣ : اخماس .

(٢) في المخطوط ٧٥٣ ، في .

(٣) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ .

(٤) اضيفت ليكتمل المعنى حسب النص .

شرح :

في هذه الطريقة ـ اعني استخراج المجهولات بحساب الخطأين ـ يجرى العمل على النحو التالي :

١ ـ تفرض اية قيمة للمجهول ونسميها المفروض الاول .

٢ ـ تعوض هذه القيمة الفرضية في المسألة فان طابقت كان المفروض الاول هو الاجابة المطلوبة ، والا فاحسب الخطأ الناشيء عن المفروض الاول ، ولنسم هذا الخطأ بالخطأ الاول .

٣ ـ تكرر الخطوتان السابقتان لقيمة ثانية للمجهول ، ولنسمها المفروض الثاني ، ولنحسب الخطأ الثاني .

٤ ـ اضرب المفروض الاول في الخطأ الثاني ، وسمه المحفوظ الاول .

٥ ـ اضرب المفروض الثاني فى الخطأ الاول ، وسمه المحفوظ الثاني .

٦ ـ ان كان الخطآن الاول والثاني متحدي الاشارة (اما الاثنان زائدين ، او الاثنان ناقصين) فاقسم الفرق بين المحفوظين على الفرق بين الخطأين تحصل على قيمة المجهول .

٧ ـ ان كان الخطآن الاول والثاني مختلفي الاشارة ، فاقسم مجموع المحفوظين على مجموع الخطأين تخرج قيمة المجهول .

ولبيان صحة هذه الطريقة ، نفرض ان المسألة يمكن تمثيلها بالمعادله الآتية :

$$ب\ س + حـ = صفراً \qquad (١)$$

نفرض القيمة المددية $ف_١$ للمجهول س (فتكون $ف_١$ هي المفروض الاول) ، وتعوض في المعادلة (١) .

$$\therefore \quad ب\ ف_١ + حـ = خ_١ \qquad (٢)$$

حيث $خ_١$ الخطأ الاول

نكرر العمل لقيمة عددية فرضية ثانية $ف_٢$

$$\therefore \quad ب\ ف_٢ + حـ = خ_٢ \qquad (٣)$$

بطرح المعادلة (٣) من المعادلة (٢) نحصل على :

$$ب\ (\ ف_١ - ف_٢\ ) = خ_١ - خ_٢$$

$$اي\ ان\ ب = \frac{خ_١ - خ_٢}{ف_١ - ف_٢} \qquad (٤)$$

وبالتعويض بقيمة ب في المعادلة (٣) نجد ان :

$$حـ = \frac{ف_١ خ_٢ - ف_٢ خ_١}{ف_١ - ف_٢} \qquad (٥)$$

وبالتعويض بقيمتي ب ، حـ (من المعادلتين ٤ ، ٥) في المعادلة (١) نحصل على قيمة المجهول س :

$$س = - \frac{ح}{ب} = \frac{ف_1 خ_2 - ف_2 خ_1}{خ_2 - خ_1}$$

أي ان س = $\frac{\text{المفروض الاول} \times \text{الخطأ الثاني} - \text{المفروض الثاني} \times \text{الخطأ الاول}}{\text{الخطأ الثاني} - \text{الخطأ الاول}}$

وعند اختلاف الخطأين في الاشارة . تنقلب الاشارتان السالبتان في الصورة (البسط) والمخرج (المقام) الى اشارتين موجبتين .

ففي المثال الاول الذي ساقه العاملي لشرح هذه الطريقة المطلوب ايجاد عدد اذا اضيف اليه ثلثاه ودرهم حصل عشرة .

فبالمفروض الاول $ف_1$ = ٩ ، يكون المجموع ٩ + ٢/٣ × ٩ + ١ = ١٦

والمطلوب ان يكون عشرة فقط ، فيكون الخطأ الاول $خ_1$ = + ٦

وبالمفروض الثاني $ف_2$ = ٦ ، يصبح المجموع ٦ + ٢/٣ × ٦ + ١ = ١١

فالخطأ الثاني $خ_2$ = + ١

∴ المحفوظ الاول = المفروض الاول $ف_1$ × الخطأ الثاني $خ_2$

= ٩ × ١ = ٩

والمحفوظ الثاني = المفروض الثاني $ف_2$ × الخطأ الاول $خ_1$

= ٦ × ٦ = ٣٦

وبذلك فالعدد المطلوب ايجاده = $\frac{٣٦ - ٩}{٦ - ١} = \frac{٢٧}{٥} = ٥ \frac{٢}{٥}$ درهماً

اما في المثال الثاني :

فبالمفروض الاول $ف_1$ = ٤ ، يكون الخطأ الاول $خ_1$ = ١

وبالمفروض الثاني $ف_2$ = ٨ ، ينتج الخطأ الثاني $خ_2$ = + ٣

∴ العدد المطلوب ايجاده = $\frac{٤ \times ٣ + ٨ \times ١}{٣ + ١}$ = ٥ دراهم

وجدير بالذكر ان طريقة حساب الخطأين « كانت معروفة منذ بدء الحضارة العربيـة ، وقد كتبت فيها كتب ورسائل عديدة ، منها مؤلفات قسطا بـن لوقا وأبي كامل شجاع بن أسلم الحاسب المصري (القرن التاسع الميلادي) ، وأبي يوسف يعقوب بن محمد الرازي وأبي يوسف يعقوب بن محمد المصيص (من علماء القرن العاشر للميلاد ، وأبي الحسن بن أبي المعالي الدسكري المنجم ، والحسن بن الهيـــثم (٩٦٦ - ١٠٣٩) ، وكمال الدين بن يونس (١١٥٦ - ١٢٤٢ م) وذلك على سبيل المثال لا الحصر .

الباب الخامس

في استخراج المجهولات بالعمل بالعكس

وقد يسمى بالتحليل والتعاكس ، وهو العمل بعكس ما أعطاه السائل ، فان ضعف فنصف ، او زاد فانقص ، او ضرب فاقسم ، او جذر فربع ، أو عكس فاعكس ، مبتدياً من آخر السؤال ليخرج الجواب .

فلو قيل أي عدد ضرب في نفسه ، وزيد على الحاصل اثنان ، وضعف وزيد على الحاصل ثلاثة دراهم ، وقسم المجتمع [1] على خمسة ، وضرب الخارج في عشرة حصل خمسون. فاقسمها على العشرة ، واضرب الخمسة في مثلها وانقص من الحاصل ثلاثة ، ومن منصف الاثنين والعشرين ، وجذر التسعة جواب .

ولو قيل اي عدد زيد عليه نصفه وأربعة دراهم ، وعلى الحاصل كذلك بلغ عشرين ، فانقص الاربعة ثم ثلث الستة عشر ، لانه النصف [2] المزيد ، يبقى عشرة وثلثان ، ثم انقص منه اربعة ، ومن الباقي ثلثه يبقى اربعة ، وأربعة اتساع ، وهو الجواب .

---

(١) « المجموع » في المخطوط ٧٥٣ .

(٢) في المخطوط ١٢٥٣ : بالنصف .

شرح :

في هذه الطريقة يبدأ الحل من نهاية المسألة ، وتجري الخطوات بعكس مايرد في منطوق المسألة حتى نصل بالتسلسل الى قيمة المجهول .

المثال الاول :

في هذا المثال تنتهي المسألة بالعدد ٥٠ فهو نقطة البداية ، وحيث انه نتج من ضرب عدد قبله في ١٠ ، فيكون العدد السابق على الـ ٥٠ هو ٥٠/١٠ ، وحيث ان هذا نتج من قسمه سابقة على العدد ٥ ، فالاصل اذن $\frac{٥٠}{١٠}$ ، ولما كان قد زيد عليه ٣ ، فأصله ٢٥-٣=٢٢

وحيث انه ضعف العدد السابق عليه ، فمنشؤه $\frac{٢٢}{٢}$ = ١١ ، وهذا مزاد عليه ٢ فاصله ٩ وهو حاصل ضرب العدد الأصلي في نفسه ، فالمجهول اذن جذر ٩ ، اي ٣ وهو العدد المطلوب

المثال الثاني :

لما كان العدد ٢٠ درهماً هو العدد الذي تؤول اليه المسألة في النهاية ، ولما كان قد زيد عليه ٤ دراهم ، فلنبدأ بطرحها ليصير ١٦ درهما ، وهذا في حد ذاته مزاد عليه نصفه ، فيكون أصله :

$$\frac{٢}{٣} \times ١٦ = \frac{٢}{٣} ١٠$$

ثم ينقص منه ٤ ليصبح $\frac{٢}{٣}$ ٦ وهذا قد سبق وان زيد عليه نصفه كما هو وارد في منطوق المسألة فيكون اصله :

$$\frac{٢}{٣} \times \frac{٢}{٣} ٦ \text{ ، أي } \frac{٢}{٣} \times \frac{٢٠}{٣} = \frac{٤٠}{٩} = \frac{٤}{٩} ٤$$

فهو اذن العدد الاصلي المطلوب .

الباب السادس

في المساحة

وفيه مقدمة وثلثة فصول :

مقدمة :

المساحة استعلام ما في الكم المتصل القار من امثال الواحد الخطى او ابعاضه ، مثل شبر او كليهما ان كان خطاً ، او امثال مربعة كذلك ان كان سطحاً ، او أمثال مكعبة كذلك إن كان جسماً .

فالخط ذو الامتداد الواحد ، فمنه مستقيم وهو اقصر الخطوط [1] الواصلة بين نقطتين ، وهو المراد اذا اطلق (فالخط ذو الامتداد) [2] واسماؤه العشرة مشهورة ، ولا يحيط مع مثله بسطح ، وغير المستقيم منه بركاري وهو معروف ، وغير بركاري ، ولا بحث لنا عنه .

والسطح ذو الامتدادين فقط ومستوية هو [3] ما يقع الخطوط المخرجة عليه ، في أي جهة عليه ، فان أحاط به واحد بركاري فدائرة ، والخط المنصف لها قطر ، وغير المنصف وتر لكل من القوسين ، وقاعدة لكل من القطعتين ، او قوس من دائرة ونصفاً قطرها ملتقيين عند مركزها فقطاع ، وهو اكبر او أصغر ، او قوسان تحديبهما الى جهة غير اعظم من نصفي دائرتين فهلالي ، او أعظم فنعلي ، أو مختلفي التحديب متساويان ، كل اصغر من النصف فاهليلجي ، أو اعظم فشاجمي ، او ثلة مستقيمة ، فمثلث متساوي الاضلاع او الساقين أو مختلفها ، قايم الزاوية ومنفرجها ، وحاد الزوايا ، او اربعة متساوية ، فمربع ان قامت ، وإلا فمعين ، وغير المتساوية مع تساوي المتقابلين مستطيل ان قامت ، وإلا فشبيه المعين ، وما عداها منحرفات ، وقد يخص بعضها بأسم كذي الرنقة والرنقتين ، وقثاء [4] ، او اكثر من اربعة فكثير الاضلاع ، فان تساوت قيل مخمس ومسدس وهكذا ، وإلا فذو خمسة أضلاع ، وذو ستة اضلاع وهكذا الى العشرة فيهما ، ثم ذو احدى عشرة قاعدة واثنتي عشرة وهكذا فيهما [5] .

وقد يخص البعض باسم [5] كالدرج والمطبل [6] وذي الشرف بضم الشين .

---

(١) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ (٢) ناقصة في المخطوطين ٧٥٣ ، ١٧٧٣ .
(٣) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ . (٤) في المخطط ١٢٥٣ : قساء
(٥) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ (٦) ناقصة في المخطوط ١٧٧٣

والجسم ذو الامتدادات الثلثة ، فان احاطه سطح يتساوي جميع [1] (الخطوط) [2] الخارجة من داخله اليه فكرة ، ومنصفها من الدوائر عظيمة ، والا فصغيرة أو ستة مربعات متساوية فمكعب ، او دائرتان متساويتان متوازيتان ، وسطح واصل بينهما بحيث لو ادير مستقيم واصل بين محيطيهما عليه ، ماسة بكله في كل الدورة فاسطوانة ، وهما قاعدتاها ، والواصل بين مركزيهما سهمها ، فان كان عموداً على القاعدة فالاسطوانة قائمة ، وإلا فمائلة أو دائرة وسطح صنوبري مرتفع من محيطها .

---

(١) ناقصة في المخطوطين ٧٥و١٢٥٣

(٢) غير موجودة في المخطوطات الثلاث .

شرح :

يتناول العاملي في الباب السادس من كتابه تعريف كل من الخط والسطح والجسم ، ويبين انواعها المختلفة ، وكيفية تكوين الاشكال والاجسام الهندسية .

الاشكال المستوية :

تعرض العاملي – في مجال الاشكال الهندسية المستوية – للشكل الدائري ومتعلقات الدائرة من القطر والمركز والوتر والقوس والقطاع ، كذلك عرض العاملي للاشكال المكونة من الاقواس كالاشكال الهلالية والنعلية والاهليلجية والشلجمية ، ويبين المخطوط ١٧٧٣ صور هذه الاشكال بوضوح (شكلا ٧،٨) .

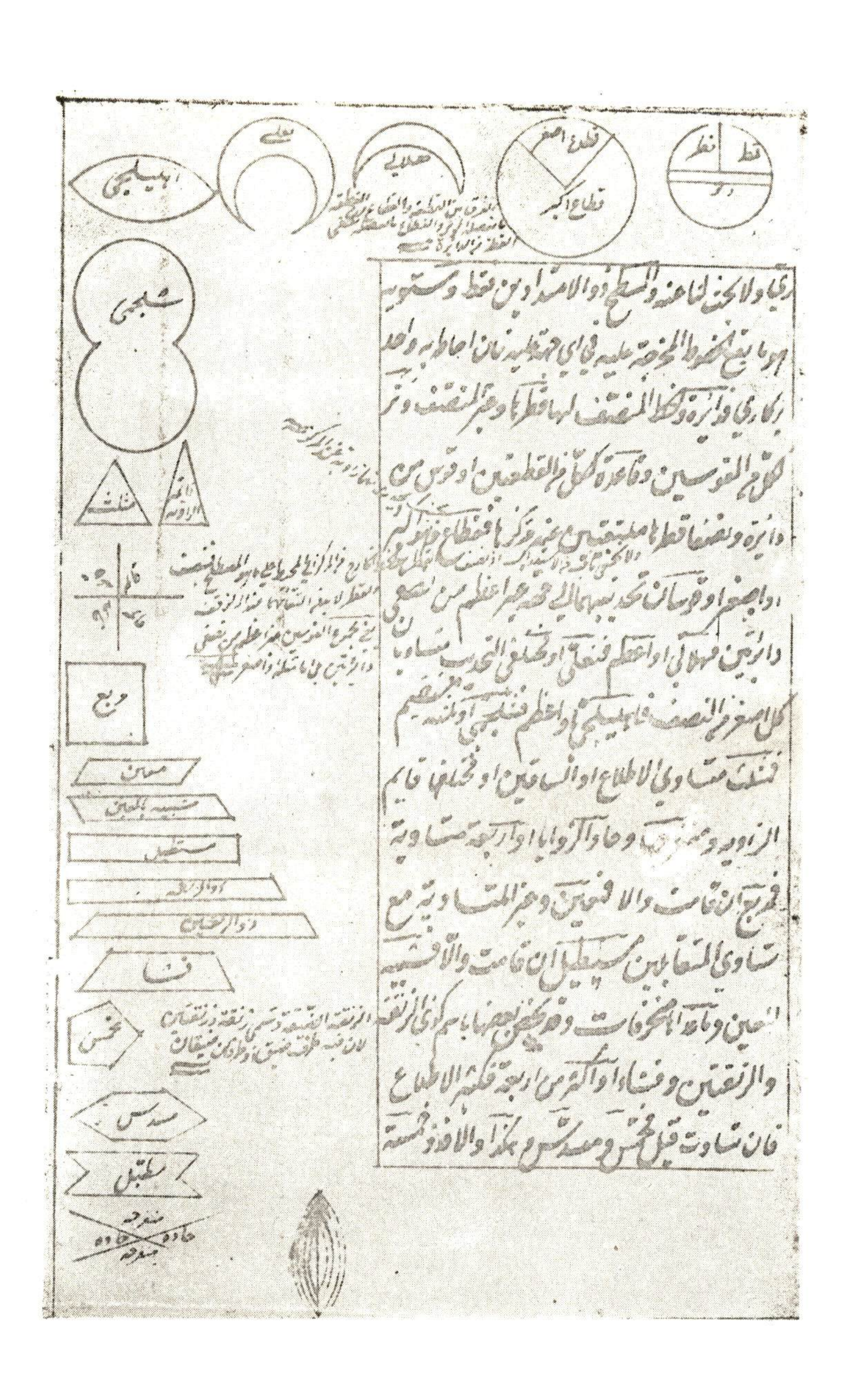
عرج العاملي كذلك على الاشكال ذات الاضلاع المستقيمة ، فبدأ بالاشكال ثلاثية الاضلاع كالمثلثات بانواعها ، وثنى بالاشكال رباعية الاضلاع كالمربع والمستطيل والمعين وشبيه المعين ، وما عدا ذلك مما اسماه بالمنحرفات ، وقد خص بعض هذه المنحرفات باسماء كذي الرنقة وذي الرنقتين والقثاء ، وانتهى العاملي الى الاشكال ذات الاضلاع الكثيرة (اي اكثر من اربعة اضلاع ، كذي خمسة الاضلاع (فان تساوت سمى مخمساً) وهكذا ، وقد خلعت على بعض هذه الاشكال المتعددة الاضلاع اسماء خاصة منها المدرج والمطبل وذو الشرف ، وكلها مبينة صورها في المخطوط (شكلا ٩،٨) .

الاجسام الهندسية :

عرف العاملي الجسم بانه ذو الامتدادات الثلاثة ، فعرف بالكرة والمكعب والاسطوانة القائمة والمائلة ، والمخروط القائم والمائل ، واتى باوصافها ذكراً خواصها من حيث لابعاد واشكال السطوح وعلاقة قاعدة الجسم بسهمه (أي بمحوره) وما الى ذلك من صفات وخواص هندسية .

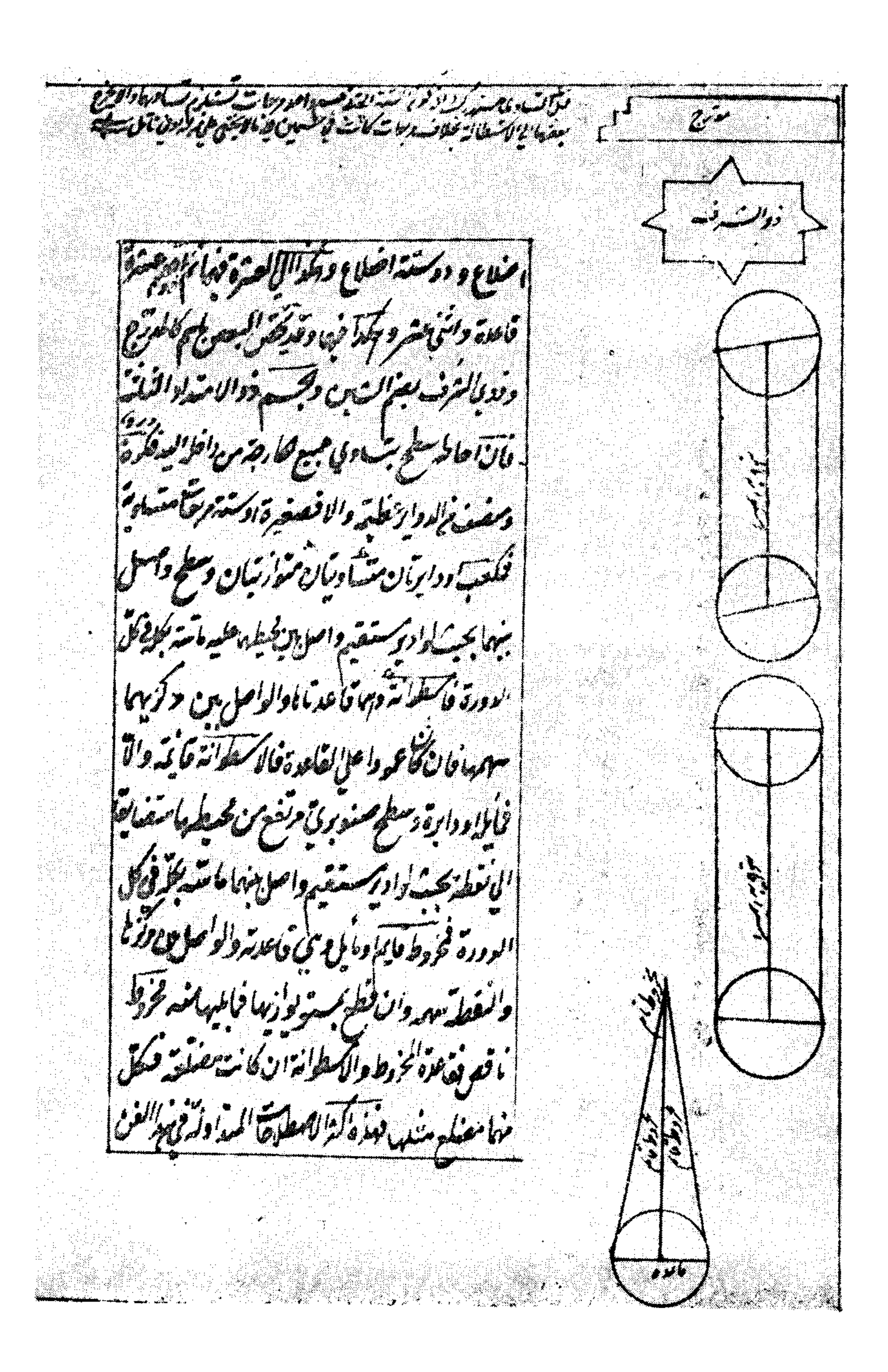
شكل (٧)

الصفحة (٢٦) من مخطوط مكتبة الاوقاف الاسلامية بحلب - رقم ١٧٧٣ .



شكل (٨)

الصفحة (٢٧) من مخطوط مكتبة الاوقاف الاسلامية بحلب - رقم ١٧٧٣ .



شكل (٩)

الصفحة (٢٨) من مخطوط مكتبة الاوقاف الاسلامية بحلب - رقم ١٧٧٣ .

متضايقاً الى مقطة بحيث لو أدير مستقيم واصل بينهما ، ماسة لكله في كل الدورة فمخروط قايم أو مائل ، وهي قاعدته والواصل بين مركزها والنقطه سهمة ، وان قطع بمستو يوازيها فما يليها منه مخروط ناقص ، وقاعدة المخروط والاسطوانة ان كانت مضلعة فكل منهما مضلع مثلها ، فهذه اكثر الاصطلاحات المتداولة في هذا الفن .

الفصل الاول : في مساحه السطوح المستقيمه الاضلاع

أما المثلث فقايم الزاوية منه يضرب احد المحيطين بها في نصف الآخــــر ، ومنفرجها يضرب العمود المخرج منها على وترهـا في نصف الوتر أو بالعكس ، وحاد الزوايا بضرب (١) مخرجاً من أيها عموداً (٢) على وترها كذلك ، ويعرف انه اى الثلاثة بتربيع أطـول اضلاعـه ، فان ساوى الحاصل مربعي البـاقيين فهو قايم الزاوية ، أو زاد فمنفرجها ، أو نقص فالحـاد ، وقد يستخرج العمود بجعل الاطول قاعدة ، وضرب مجموع الاقصرين في تفاضلهما ، وقسمـــة الحاصل عليها ، ونقص الخارج منها ، فنصف الباقي هو بعد موقع العمود عن طرف اقصر الاضلاع ، فاقم منه خطاً الي الزاوية فهو العمود ، فاضربه في نصف القاعدة يحصل المساحة .

ومن طرق مساحة متساوي الاضلاع ضرب مربـع ربـع مربـع أحدهما في ثلثة أبداً ، فجذر الحاصل جواب .

واما المربـع فاضرب احد اضلاعه في نفسه .

والمستطيل في مجاوره .

والمعين نصف احد قطريه في كل الآخر .

وباقي ذوات الاربعة ، تقسم مثلثين ، فمجموع المساحتين مساحة المجموع .

ولبعضها طرق خاصة لا تسعها الرسالة .

---

(١) في المخطط ٧٥٣ : تضربه .　　　(٢) ناقصة في المخطط ٧٥٣ .

شرح : خصص العـاملي هـذا الفصل لبيان كيفية ايجاد مساحة الاشكال المستوية ذات الاضلاع المستقيمة كالمثلث بانواعه والمربع والمستطيل والمعين والاشكال الرباعية الاخرى والاشكال كثيرة الاضلاع ، وفي هذه الاخيرة يلجأ ـ عموماً ـ الى تقسيم الشكل الى مثلثات تعين مساحاتها المنفردة ثم تجمع لتعطى مساحة الشكل المطلوب .

واما كثير الاضلاع فالمسدس والمثمن فصاعداً من زوج الاضلاع تضرب نصف قطره (١) في نصف مجموعها ، فالحاصل جواب ، وقطره الواصل بين منتصفي متقابليه ، وما عداها يقسم بمثلثات ويمسح ، وهو يعم الكل ، ولبعضها طرق كذوات الاربعة .

الفصل الثاني : في مساحة بقية السطوح

اما الدائرة فطبق خيطاً على محيطها ، واضرب نصف قطرها في نصفة ، او الق من مربع قطرها سبعة (ونصف سبعة) (٢) ، او اضرب مربع القطر في احد عشر ، واقسم الحاصل على اربعة عشر ، وان ضربت القطر في ثلثة وسبع حصل المحيط ، او قسمت المحيط عليه خرج القطر .

واما قطاعاها فاضرب نصف القطر في نصف القوس .

واما قطعتاها فحصل مركزيهما وكملها قطاعين ليحصل مثلث فانقصه من القطاع الاصغر ليبقى مساحة الصغرى ، او زده على الاعظم ليحصل مساحاحة الكبري .

واما الهلالي والنعلي فصل طرفيها ، وانقص مساحة القطعة الصغرى من الكبرى .

واما الاهليلجي والشلجمي فاقسمها قطعتين .

واما سطح الكرة فاضرب قطرها في محيط عظيمتها ، او مربع قطرها في اربعة ، وانقص من الحاصل سبعة ونصف سبعة ، ومساحة سطح (١) قطعتها تساوي مساحة دائرة نصف قطره يساوي خطاً واصلا بين قطب القطعة ومحيط قاعدتها .

واما سطح الاسطوانة المستديرة القائمة ، فاضرب الواصل بين قاعدتيها الموازي لسهمها في محيط القاعدة .

واما سطح المخروط المستدير القائم ، فاضرب الواصل بين رأسه ومحيط قاعدته في نصف محيطها .

وما لم يذكر من السطوح يستعان عليه بما ذكر .

---

(١) في المخطوط ١٢٥٣ قطرها . (٢) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ . (١) ناقصة في المخطط ١٧٧٣ .

شرح :

يختص الفصل الثاني بايجاد مساحة الدائرة وقطاعها وقطعيتها ، كذا مساحة الاشكال الهلالية والنعلية والاهليلجية والشلجمية .

ويعرج العاملي بعد ذلك الى تعيين مساحة اسطح الاجسام الهندسية ، فيعرض لسطح الكرة وسطح الاسطوانة المستديرة القائمة ، وسطح المخروط المستدير القائم .

الفصل الثالث : في مساحه★ الاجسام

أما الكرة فاضرب نصف قطرها في ثلث سطحها، أو الق من مكعب القطر سبعة ونصف سبعة ، ثم من[1] الباقي كذلك ، وأما قطعها[2] فاضرب[3] نصف قطر الكرة في ثلث سطح القطعة .

واما الاسطوانة مطلقا ، فاضرب ارتفاعها في مساحة قاعدتها .

واما المخروط التام مطلقاً ، فاضرب ارتفاعه في ثلث مساحة قاعدته ، واما المخروط الناقص المستدير ، فاضرب قطر قاعدتة العظمى في ارتفاعه ، واقسم الحاصل على التفاوت بين قطرى القاعدتين يحصل ارتفاعه لو[4] كان تاماً ، والتفاضل بين ارتفاعي التام والناقص ارتفاع المخروط الاصغر المتمم له ، فاضرب ثلثه في مساحة القاعدة الصغرى تحصل مساحته، فاسقطها من مساحة التام .

واما المضلع فاضرب ضلعاً من قاعدته العظمى في ارتفاعه ، واقسم الحاصل على التفاضل بين احد اضلاعه[5] وآخر من الصغرى ليحصل مساحة التام ، وكمل العمل . مفصلة[6]

وبراهين هذه الاعمال في كتابنا الكبير المسمي « ببحر الحساب » وفقنا الله تعالى لاتمامه .

---

(١) فى المخطوط ١٢٥٣ : و (٢) في المخطوط ١٢٥٣ : قطعتاها
(٣) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ (٤) فى المخطوط ١٢٥٣ : إن .
(٥) في المخطوط ٢٥٣ : اضلاعها (٦) ناقصة في المخطوط ١٧٧٣ .

★ يعني بها الحجم وليس مساحة السطح ، ويبدو أن المصنف يستعمل كلمة المساحة فيمعني القياس

شرح :

يقصد العاملي في هذا الباب الى تعيين أحجام الاجسام الهندسية المنتظمة ، فيعين أحجام الاجسام المألوفه كالكرة والاسطوانة ، والمخروط التام ، والمخروط الناقص المستدير ، كذا حجم المضلع .

وفي الواقع فان ما ذكره العاملي في الباب السادس لم يأت فيه بجديد حيث ان المعلومات التي أوردها فيه كانت معروفة تماما من قبل لا سيما وان الاغريق قد سبق وان افرغوا جانباً كبيراً من جهدهم الفكري في مجال الهندسة من اشكال مستوية واجسام منتظمة ، ولعل مؤلفات إقليدس تقف خير شاهد على سبق الاغريق في هذا المضمار .

الباب السابع

فيما يتبع المساحات من وزن الارض لاجراء القنوات ومعرفة ارتفاع المرتفعات، وعروض الانهار، وأعماق الابار

وفيه ثلاثة فصول .

الفصل الاول : في وزن الارض لاجراء اقنوات

اعمل صفحة مثلثة[1] من نحاس ونحوه متساوية الساقين ، وبين طرفي قاعدتها عروتان ، وفي موضع العمود منها خيط رفيق مثقل ، واسلكها في منتصف خيط ، وضع طرفيه على خشبتين مقومتين متساويتين معدلتين بالثقالتين ، والجلاجل بيدي رجلين بينهما بقدر[2] الخيط ، وقد جرت العادة يكون الخيط خمسة عشر ذراعاً بذراع اليد ، وكل من الخشبتين خمسة اشبار وانظر الى[3] الشاقولي ، فان انطبق خيطه على زاوية الصفيحة[4] فالموقفان متساويان ، والا فنزل الخيط عن رأس الخشبة الى ان يحصل الانطباق ، ومقدار النزول (و)[5] هو الزيادة ، ثم انقل احد الرجلين الى الجهة التي تريد وزنها ، وتحفظ كلا[6] من الصعود والنزول على حدة ، وتلقي القليل من الكثير ، فالباقي تفاوت المكانين ، فان تساوياً شق اجراء الماء ؛ والا سهل أو امتنع ، وان شئت فاعمل انبوبة ، واسلكها في الخيط ؛ واستعن بالماء واستغن عن الشاقول والصفيحة[7]

طريق آخر

قف على البئر الاول ، وضع عضادة الاسطرلاب على خط المشرق والمغرب ، ويأخذ آخر قصبة يساوي طولها عمقه ، ويذهب في الجهة التي تريد سوق الماء اليها ناصبا لها فانظر اليها[8] الي ان ترى رأسها في الثقبتين ، فهناك يجري الماء على وجه الارض ، وان بعدت المسافة

---

(١) ناقصة في المخطوط ٧٥٣ . (٢) في المخطوط ٧٥٣ : مقدار . (٣) ناقصة في المخطوط ٢٥٣ .
(٤) في المخطوط ١٧٧٣ : الصفحة . (٥) زائدة في المخطوط ٧٥٣ (٦) ناقصة في المخطوط ١٧٧٣
(٧) في المخطوط ١٧٧٣ : الصفحة .
(٨) ناقصة في المخطوطية ٧٥٣ ، ١٧٧٣ .

بحيث لا ترى رأسها ، فاشعل[1] فيها سراجا ، واعمل ذلك ليلا .

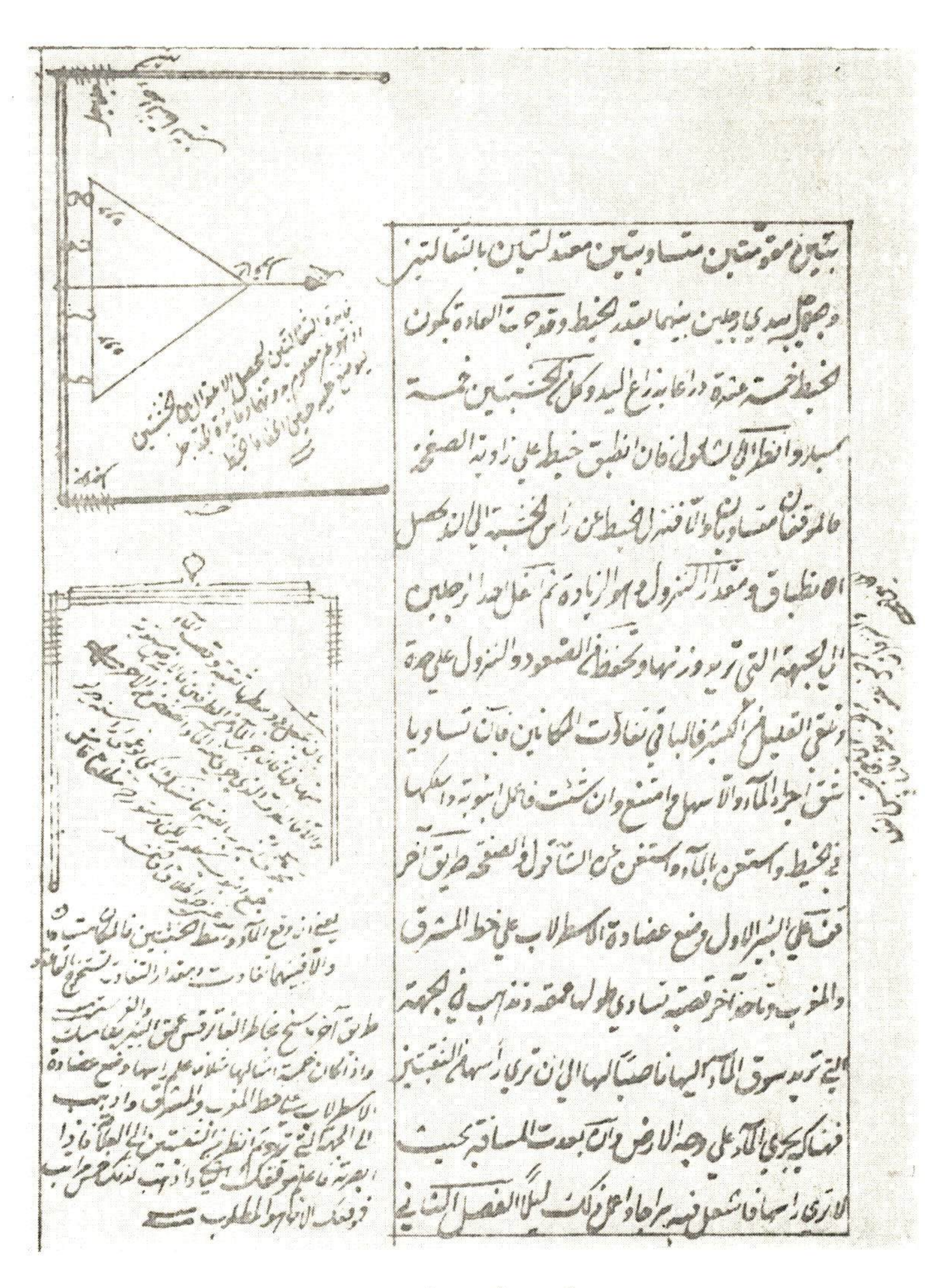
(١) في المخطوط ٢٥٣ : فاشتعل

شرح :

يعرض العاملي في هذا الفصل طرقا مختلفة لايجاد فرق المنسوب (أي فرق الارتفاع) بين موضعيـن على الارض ، وقد عبر العاملي عن هذه العملية « بوزن الارض » وتعتبر عملية اساسية لمعرفة مدى الانحدار في الارض حتى يمكن شق القنوات لينساب الماء من الموضع العالي الى موضع المنخفض من الارض ، اذ انه لو كان الموضعان المختبران عند مستو واحد لامتنع شق القنوات .

ففي الطريـق الاول - ويوضحـه الرسم المبين بالمخطوط ١٧٧٣ (شكل ١٠) - يستعان بصفيحة مثلثة متساوية الساقين معلقة بحيث يكون رأس المثلث الي اسفـل وقاعـدتـه موازية للخيط الواصـل بين قمتين خشبيين متساويين ، ويبين وضـع الصفيحة المثلثـة خيط الشاقول المثبت عند منتصف الخيط المستعرض الواصل بين القائمين ، ومن المعروف ان خيط الشاقول (خيط زفيع يحمل ثقلا عند طرفـه السفلى ويتجه - بالجاذبية الارضيـة - نحو سطح الارض) يتخذ دوما وضعا رأسياً ، القائمين الجانبين في مستوي افقي واحـد ، اما في حالة عدم الانطباق فانه يجري انزال الخيط المستعرض الواصل بين القائمين حي يتم انطباق خط تماثل الصفيحة (الخط المسقط من رأس المثلث المتساوى الساقين على قاعدتـه) على خيط الشاقول وفي هذه الحاله يكون مقدار إزاحة الخيط المستعرض عن موضعـه الاصلي عنـد احد القائمين مساوياً لفرق المنسوب بين موضعي القائمين .

يذكر العاملي كذلك طريقين اخرين «لوزن الارض» تستخدم في أحدهما أنبوبة نسلك في الخيط مع الاستعانة بالماء على حد تعبيره ، ولعل العاملي يشير هنا الي ما نعرفه اليوم بميزان الماء ، أما الطريق الثـالث الذي اشار اليه العاملي فانه يستعـان فيه بجهاز الرصـد المعروف بالاسطرلاب .



بنجين مثقوبتين متساويتين معتدلتين بالنقالتين
وصلهما بيدي رجلين بينهما بعد الخيط وقد جرت العادة بكون
الخيط خمسة عشرة ذراعا بذراع اليد وكل من الخشبتين خمسة
أشبار وانظر إلى الشاقول فإن انطبق خيطه على زاوية الصفيحة
فالموقفان متساويان وإلا فمنزل الخيط عن رأس الخشبة إلى أن يحصل
الانطباق ومقدار النزول هو الزيادة ثم نقل أحد الرجلين
إلى الجهة التي تريد وزنها وتحفظ الصعود والنزول على جهة
التعديل … فالباقي تفاوت المكانين فإن تساويا
شق أجراء الماء وإلا سهل وامتنع وإن شئت فاعمل أنبوبة واسلكها
في الخيط واستعن بالماء واستغن عن الشاقول والصفيحة طريق آخر
فتحفر البئر الأول وضع عضادة الاسطرلاب على خط المشرق
والمغرب وتأخذ آخر قصبة تساوي طولها عمقه وتذهب إلى الجهة
التي تريد سوق الماء إليها ناصبا لها إلى أن ترى رأسها النقبتين
فهناك يجري الماء على وجه الأرض وإن بعدت المسافة بحيث
لا ترى رأسها فاشعل فيه سراجا … ذلك ليلا الفصل الثاني

شكل (١٠)

الصفحة (٢٣) من مخطوط مكتبة الاوقاف الاسلامية بحلب – رقم ١٧٧٣

الفصل الثاني : في معرفة ارتفاع المرتفعات

ان أمكن الوصول الى مسقط حجرها ، وكانت [1] في أرض مستوية ، فانصب شاخصاً، وقف بحيث يمر شعاع بصرك على رأسه الى رأس المرتفع ، ثم امسح من موقفك الى أصله ، وأضرب المجتمع في فضل الشاخص على قامتك ، واقسم الحاصل على ما بين موقفك وأصل الشاخص ، وزد قامتك على الخارج ، فهو المطلوب .

طريق آخر :

ضع على الارض مرءآة بحيث ترى رأس المرتفع فيها ، واضرب مابينها وبين أصله في قامتك ، واقسم الحاصل على مابينها وبين موقفك ، فالخارج هو الارتفاع .

طريق آخر :

انصب شاخصاً ، واستعلم نسبة ظله اليه ، فهي بعينها نسبة ظل المرتفع اليه .

طريق آخر :

استعلم قدر الظل . وارتفاع الشمس مـ [2] ، فهو قدر المرتفع .

طريق آخر :

ضع شطية الاسطرلاب [3] على مـ [4] ، وقف بحيث ترى رأس المرتفع من الثقبين ، ثم امسح من موقفك الى أصله ، وزد قامتك على الحاصل ، فالمجتمع هو المطلوب .

---

(١) في المخطوط ١٢٥٣ : كان .

(٢) كذا في الاصل ، وفي هامش المخطوط ١٢٥٣ كتب امام مـ خمسه وأربعين » ، وهذا صحيح بحساب الجمل ، فيكون المقصود « نصف قائمة » .

(٣) في المخطوط ١٢٥٣ : الارتفاع .

(٤) نود الاشارة هنا الى ان العرب قد استعملوا في كتاباتهم بعض اختصارات الكلمات التى يتكرر ورودها ، فمن امثال هذه الكلمات المختصرة : المص للمصنف ، وظ لكلمة ظاهر ، ومم لكلمة ممكن ، وح للمصحح ، ومح لكلمة محال ، ويق لكلمة يقال ، والمط للمطلوب ، وغيرها كثير .

وبراهين هذه الاعمال مبينة في كتابنا الكبير .

ولي على الطريق الآخر (١) برهان لطيف لم يسبقني أحد اليه ، اوردته في تعليقاتي على فارسية الاسطرلاب :

واما ما لايمكن الوصول الى مسقط راسه (كالجبال ، فابصر (٢) راسه (٣) من الثقبين ، ولاحظ الشطية التحتانية على اي خط (٤) من خطوط الظل وقعت ، واعلم موقفك وادرها الى ان يزيد او ينقص قدم او اصبع ، ثم تقدم او تأخر الى ان تبصر (٥) رأسه مرة اخرى ، ثم امسح مابين موقفيك (٦) ، واضربه في سبعة ، او اثنى عشر ، بحسب الظل ، فالحاصل مع قدر قامتك ، وهو المطلوب .

---

(١) ناقصة في المخطوط ١٧٧٣

(٢) في المخطوط ١٧٧٣ : فانظر .

(٣) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ .

(٤) ناقصة في المخطوطين ٧٥٣ ، ١٧٧٣

(٥) في المخطوط ١٢٥٣ : تنظر .

(٦) في المخطوط ١٧٧٣ : موقفك

شرح :

يتناول العاملي في هذا الفصل تمديد الطرق التي يمكن بها تحديد ارتفاع مرتفع ما .

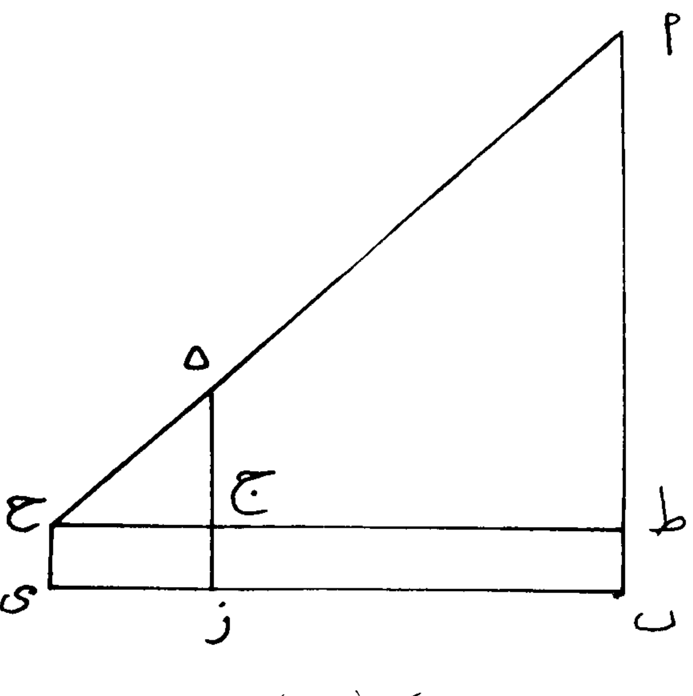
ففي الطريق الاول يستعان بشاخص ويتم الرصد بحيث يمــــر شعاع بصر الراصد برأس الشاخص ورأس المرتفع في آن واحد ، ثم يتم تحديد المسافات بين المرتفع والشاخص وموقف الراصد على ماهو وارد بمتن المخطوط

هذا وقد وجدنا في هامش المخطوط ١٢٥٣ برهانا لهذا الطريق في تعيين ارتفاع المرتفع نورده بلفظه فيما يلي :

« برهانه على ما أوردناه في كتابنا الكبير (يقصد كتاب العاملي : « بحر الحســاب » الذي يبدو انه لم يكتب له ان يتم) :

نفرض المرتفع ا ب ، والشاخص ه ز ، والقامة ح ي ، والتلثة اعمــــدة على خط يزب وهو الافق ، و ح ه الخط الشعاعي ، ولنـــخرج من خط ح ى ح ج ط موازياً

شرح :



شكل (١١)

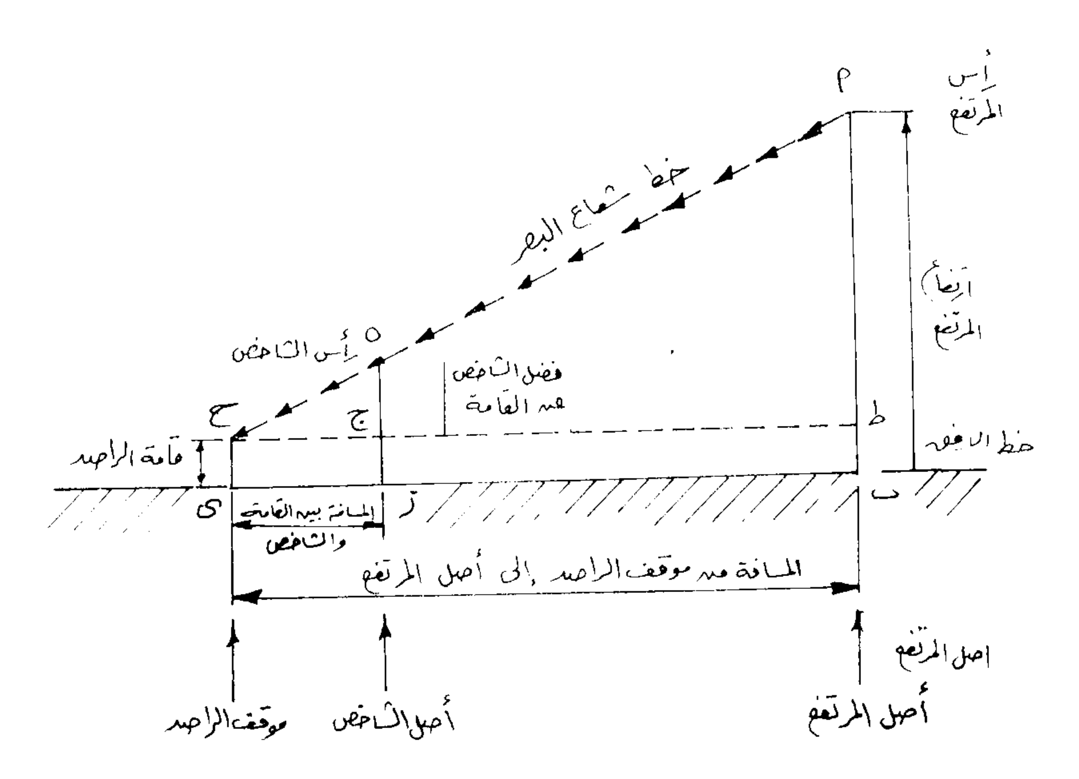
تعيين ارتفاع مرتفع بالاستعانة بشاخص (برهان العاملى)

الافق ، وكل من سطحي ح ج ، زب (في المخطوط : ح ز ج ب ، وهو تحـريف من الناسخ) يتساوى متقابلان يشكل لد ★ من اولى الاصول ، وفي مثـلثى ح ج ه ، ح ط ا زاوية ح مشترك ، وزاويتا ج ، ط قائمتان يشكل كط ★ من الاولى ، وزاويتـا ح ه ج ، ح ا ط متساويتان أيضاً فيشكل ي ★ من السادس يكون نسبة ح ج [الى ح ط] ـوهو مابين موقفك [والشاخص] وأصل المرتفع ـ كنسبة ج ه ـ وهـــو فضل الشاخص على قامتك ـ الى ا ط وهو المجهول . فاذا ضربت أحد الوسطين في الآخر وقسمت الحاصـل على الطرف المعلوم ، خرج ا ط المجهول ، فأضف اليـــه قامتك المساوية لـ ب ط يحصـل المط (يقصد المطلوب) . »

(★ كذا في هامش المخطوط) ، ويمكن تتبـع هذا البرهان بالرجوع الى شكل (١١) .

ونشرح هذا الطريق بالرسم المبين تاليه مستخدمين نفس الرموز التي استخدمها العاملي في برهانه (شكل ١٢) .

شرح :



شكل (١٢)
تعيين ارتفاع مرتفع برصد رأسي المرتفع وشاخص

ويتضح من تشابه المثلثين أ ط ح ، ه ج ح ان $\frac{أ ط}{ه ج} = \frac{ط ح}{ج ح}$

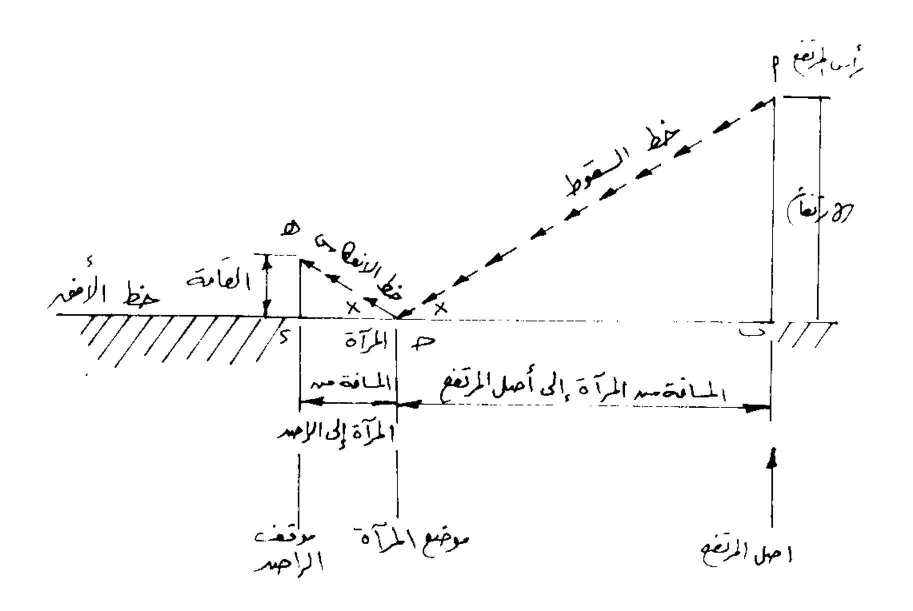
اي ان : $\frac{\text{ارتفاع المرتفع ــ طول قامة الراصد}}{\text{الفرق بين ارتفاع الشاخص وقامة الراصد}} = \frac{\text{المسافة من موقف الراصل الى اصل المرتفع}}{\text{المسافة من موقف الراصد الى اصل الشاخص}}$

فيكون ارتفاع المرتفع = $\frac{\text{المسافة من موقف الراصد الى اصل المرتفع} \times \text{الفرق بين ارتفاع الساخص وقامة الرصد}}{\text{المسافة من موقف الراصد الى اصل الشاخص}}$

+ طول قامة الراصد

وفي الطريق الثاني يلجأ الراصد الى مرآة يضعها على الارض ، ويبعد عنهـا فى الطرف المعاكس المرتفع حتى يرى راس المرتفع ، وتبين شكل (١٣) الفكرة التي تقوم عليها هـذه الطريقة مع برهانها الهندسي .

$$\frac{\text{اب}}{\text{بح}} = \frac{\text{هد}}{\text{دح}}$$



شكل (١٣)

تعيين ارتفاع مرتفع باستخدام مرآة مستوية

ولما كان خط السقوط وخط الانعكاس عن المرآة يصنعان زاويتين متساويتين مع خط الأفق فان المثلثين ابح، هدح مثلثان متشابهان ، ومنه تحصل على العلاقة :

$$\frac{\text{اب}}{\text{بح}} = \frac{\text{هد}}{\text{دح}}$$

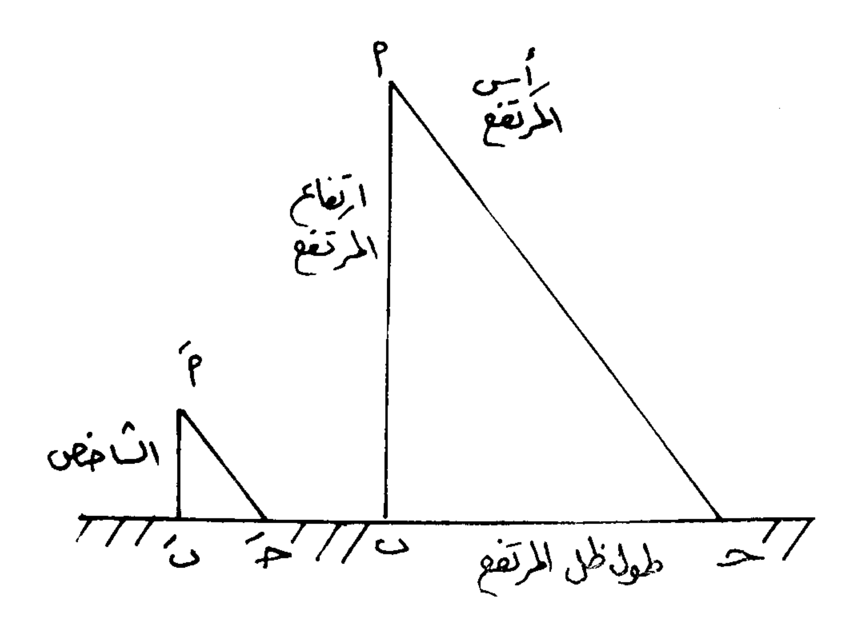
أي ان : $\frac{\text{ارتفاع المرتفع}}{\text{المسافة من المرآة الى اصل المرتفع}} = \frac{\text{طول قامة الراصد}}{\text{المسافة من المرآة الى موقف الراصد}}$

وبذلك يكون ارتفاع المرتفع = $\frac{\text{طول قامة الراصد} \times \text{المسافة من المرآة الى اصل المرتفع}}{\text{المسافة من موضع المرآة الى موقف الراصد}}$

أما في الطريق الثالث فانه يستعان بقياس طول ظل المرتفع في تحديد ارتفاعه على اساس ان نسبة طول ظل المرتفع الى ارتفاعه تساوي نسبة طول ظل شاخص معين الى ارتفاعه .

ويبين من شكل (١٤) أن هناك تشابهاً في المثلثين الخاصـــين بالمرتفع والشاخص . من ذلك تنتج العلاقة :

$$\frac{\text{م ب}}{\text{ب حـ}} = \frac{\text{م' ب'}}{\text{ب' حـ'}}$$



شكل (١٤) - تعيين ارتفاع مرتفع بطريق قياس الظل

$$\text{أي أن } \frac{\text{ارتفاع المرتفع}}{\text{طول ظل المرتفع}} = \frac{\text{ارتفاع الشاخص}}{\text{طول ظل الشاخص}}$$

وبقياس ارتفاع الشاخص وطول ظله ، كذلك قياس طل المرتفع فانـه بالتعويض في المعادلة المتقدمة يمكن تعيين ارتفاع المرتفع ، ومن الواضح انه يشترط في هـذه الطريقة امكان قياس ظل المرتفع .

أما الطريقان الباقيان فانهما يعتمدان على تكوين مثلث قـائم الزاوية ومتساوى الساقين أي أن تكون كل من زاويته المتساويتين نصـف قائمة ، وبذلك يكون قدر المرتفع مساويـاً لقدر طله (عندما تكون الشمس مثلا مائلة بمقدار ٤٥° على خط الافق ، أو عنـدما يضبط الاسطرلاب ليتخذ هذا الميل مع ادخال قامة الراصد في الاعتبار)

الفصل الثالث : في معرفه عروض[1]

الانهار ، وأعماق الآبار

اما الاول فقف على شاطيء النهر وانظر جانبه الآخر من ثقبي العضادة ، ثم ادر[2] الى ان تري شيئا من الارض منها ، والاسطرلاب على وضعه ، فما بين موقفك وذلك الشيء يساوي عرض النهر .

واما الثاني فانصب[3] على البئر ما يكون بمنزلة قطر تدويره ، والق ثقيلا مشرقاً من منتصف القطر بعد اعلامه ، ليصل الى قعر البئر بطبعه ، ثم انظر المشرق من ثقبتي العضادة بحيث يمر الخط الشعاعي مقاطعا للقطر اليه ، فاضرب ما بين العلامة ونقطة التقاطع في قامتك ، واقسم الحاصل على ما بين النقطة وموقفك ، فالخارج عمق البئر .

---

(١) ناقصة المخطوط ١٢٥٣ . (٢) في المخطوط ١٢٥٣ : در

(٣) في المخطوط ٧٥٣ : فانصف وهو تحريف واضح .

شرح :

يصف العاملي كيفية تعيين عرض نهر ما باستخدام الاسطرلاب ، وتقوم فكرة الرصد على اساس ان يكون عرض النهر ضلعا في مثلث قائم الزواية عند الراصد ومتساوي الساقين ، فأحد الضلعين في هذا المثلث هو عرض النهر والضلع الآخر هو المسافة من موقف الراصد إلى الشيء الذي يرى من الارض من ثقبتي عضادة الاسطرلاب بعد إدارته ، اي انه في هذه الطريقة ننقل ـ بطريق المثلث القائم المتساوي الساقين ـ مقدار عرض النهر إلى مسافة يمكن قياسها على اليابسة (جانب النهر) .

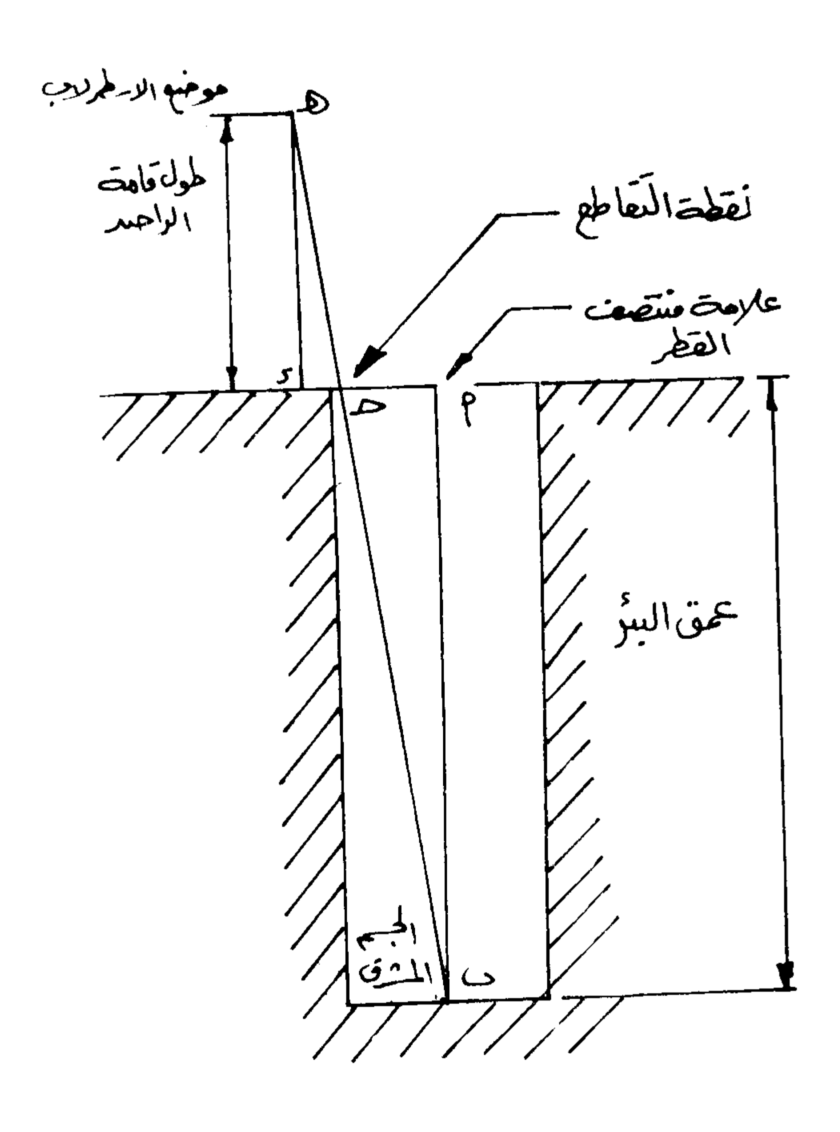
اما طريقة قياس عمق بئر ما فتعتمد على تكوين مثلثين متشابهين كما هو موضح في الشكل (١٥) حيث نجد ان :

$$\frac{\text{اب}}{\text{اح}} = \frac{\text{ده}}{\text{دح}}$$

$$\text{أي ان : } \frac{\text{عمق البئر}}{\text{المسافة بين علامة منتصف القطر و نقطة التقاطع}} = \frac{\text{طول القامة}}{\text{المسافة بين نقطة التقاطع وموقف الراصد}}$$

$$\text{فيكون عمق البئر} = \frac{\text{ما بين العلامة ونقطة التقاطع} \times \text{القامة}}{\text{ما بين نقطة التقاطع وموقف الراصد}}$$

وهو ما جاء بمتن المخطوط .



شكل (١٥) ـ قياس عمق بئر باستخدام الاسطرلاب

الباب الثامن

في استخراج المجهولات بطريق الجبر والمقابلة

وفيه فصلان :

الفصل الاول : في المقدمات

يسمى المجهول شيئاً ، ومضروبه في نفسه مالاً ، وفيه كعباً وفيه مال مال ، وفيه مال كعب ، وفيه كعب كعب ، وهكذا الى غير النهاية ، يصير مالين وكعباً ، ثم احدهما كعباً ، ثم كل منهما كعباً ، فسابع المراتب مال مال الكعب ، وثامنها : مال كعب الكعب ، وتاسعها . كعب كعب الكعب ، وهكذا ، والكل متناسبة صعوداً ونزولاً ، فنسبة مال المال الى الكعب ، كنسبة الكعب الى المال ، والمال الى الشيء ، والشيء الى الواحد ، والواحد الى جزء الشيء ، وجزء الشيء الى جزء المال ، وجزء المال الى جزء الكعب ، وجزء الكعب الى جزء مال المال ، واذا أردت ضرب جنس في آخر ، فان كانا في طرف واحد ، فاجمع مراتبها، وحاصل الضرب يسمى المجموع ، كمال الكعب ، في مال مال الكعب ، الاول خماسي ، والثاني سباعي، فالحاصل كعب كعب كعب (١) الكعب (٢) اربعاً ، وهو في الثانية عشر ، او في طرفين ، فالحاصل من جنس الفضل ، في طرف ذي الفضل ، فجزء مال المال ، في مال الكعب ، الحاصل الجذر ، وجزء كعب كعب الكعب ، في مال مال الكعب ، الحاصل جزء المال ، وان لم يكن فضل ، فالحاصل من جنس الواحد .

وتفصيل طرق القسمة والتجذير وباقي الاعمال (هو) (٣) موكول الى (٤) كتابنا الكبير .

ولما [كانت الجبريات التي انتهت اليها افكار الحكماء منحصرة في الست ،] (٥) وكان بناؤها على العدد والاشياء والاموال ، وكان هذا الجدول متكفلا بمعرفة (جنس) (٦) جنسية حاصل ضربها ، وخارج قسمتها ، اوردناه تسهيلا واختصاراً (٧) ، وهذه صورته :

---

(١) ناقصة في المخطوط ٧٥٣

(٢) في المخطوطين ١٧٧٣ ، ١٢٥٣ : كعب .

(٣) زائدة في المخطوط ١٢٥٣

(٤) في المخطوط ١٢٥٣ : في

(٥) ناقصة في المخطوط ١٧٧٣

(٦) زائدة في المخطوط ١٧٧٣

(٧) ناقصة في المخطوط ٧٥٣ .

شرح : يقدم العاملي في هذا الفصل بعض التعاريف الخاصة بعلم الجبر مثل المجهول او الشيء ، والمال ، والكعب ومراتبها ، كذا أجزاء الشيء والمال والكعب ومراتبها ايضاً ، ونبين فيما يلي كشفاً مقارنا لهذه التعاريف ومقابلها الرياضي كما نستعمله اليوم :

التعبيرات التي استعملها العلماء العرب	المقابل الرياضي العصري
المجهول او الشيء	$س$
المال = مضروب الشيء في نفسه	$س \times س = س^{٢}$
الكعب = مضروب الشيء في ماله	$س \times س^{٢} = س^{٣}$
مال مال	$س^{٢} س^{٢} = س^{٤}$
مال كعب	$س^{٢} س^{٣} = س^{٥}$
كعب كعب	$س^{٣} س^{٣} = س^{٦}$
مال مال كعب	$س^{٢} س^{٢} س^{٣} = س^{٧}$
مال كعب كعب	$س^{٢} س^{٣} س^{٣} = س^{٨}$
كعب كعب كعب	$س^{٣} س^{٣} س^{٣} = س^{٩}$
مال مال كعب كعب	$س^{٢} س^{٢} س^{٣} س^{٣} = س^{١٠}$
مال كعب كعب كعب	$س^{٢} س^{٣} س^{٣} س^{٣} = س^{١١}$
كعب كعب كعب كعب	$س^{٣} س^{٣} س^{٣} س^{٣} = س^{١٢}$
جزء الشيء	$\frac{١}{س} = س^{-١}$
جزء مال	$\frac{١}{س^{٢}} = س^{-٢}$
جزء كعب	$\frac{١}{س^{٣}} = س^{-٣}$

وهكذا ، فلفظ جزء يعني مقلوب ، او بتعبيرنا الرياضي عكس اشارة الأس .

ومن الواضح ان حاصل ضرب أشياء مرفوعة الى أسس متعددة يساوي الشيء مرفوعاً الى أس يساوي مجموع أسس (او قوى) الاشياء المضروبة في بعضها البعض .

وقد أشار العاملي الي ان الجبريات تبنى على عناصر او اجناس ثلاثة هي :

العدد : وهو ما لا يشتمل على الشيء او المجهول

الاشياء : وهي المحتوية على المجهول : $س$

الاموال : وهي المحتوية على مربع المجهول او الشيء : $س^{٢}$

وقد اورد جدولا يبين حاصل ضرب وخارج قسمة هذه الاجناس .

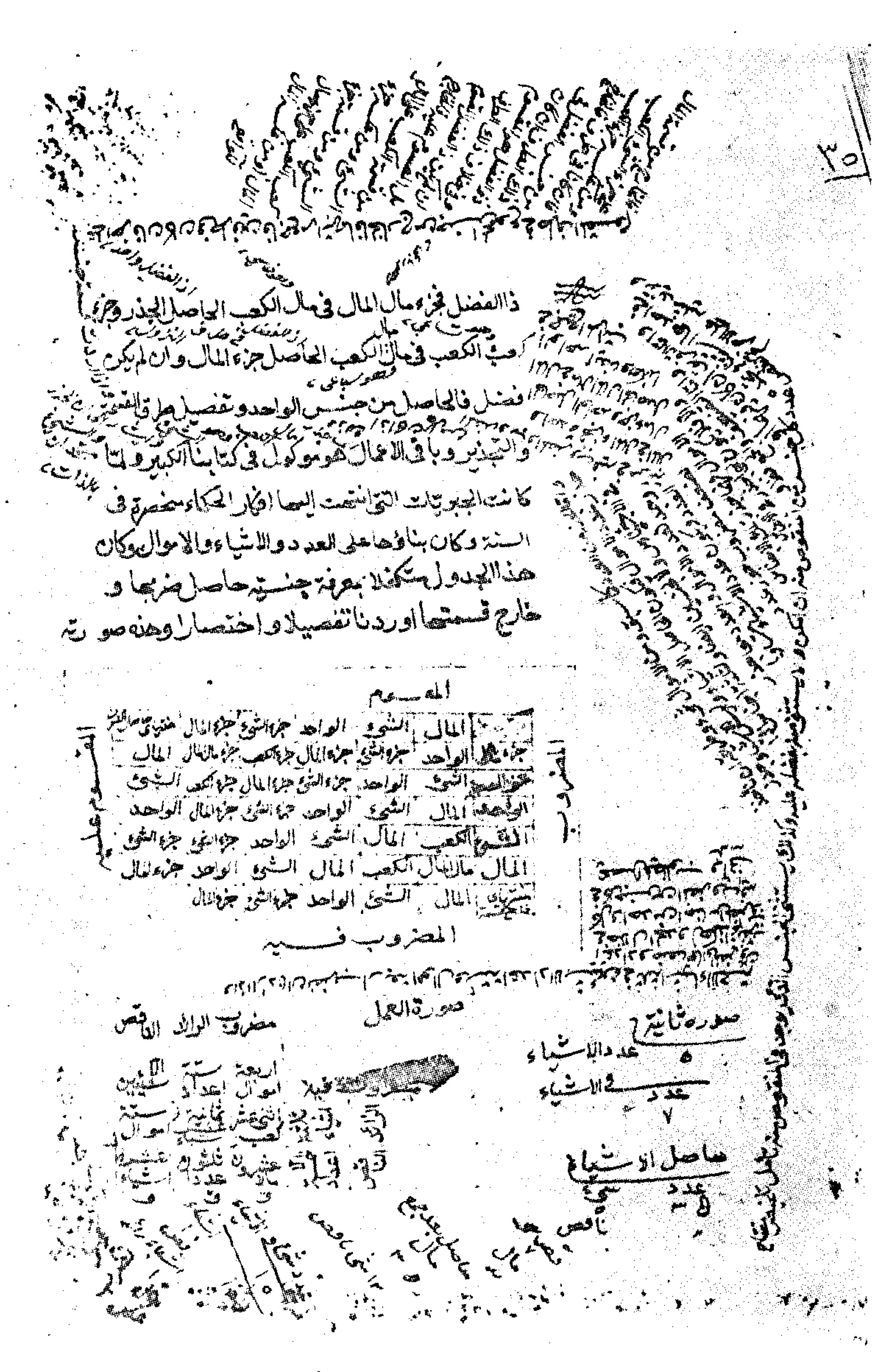
مراتب الصعود

	١			
شيء	٢	نصف	جزء الشيء	١
مال	٤	ربع	جزء مال	٢
كعب	٨	ثمن	جزء كعب	٣
مال مال	١٦	نصف ثمن	جزء مال مال	٤
مال كعب	٣٢	ربع ثمن	جزء مال كعب	٥
كعب كعب	٦٤	ثمن ثمن	جزء كعب كعب	٦
مال مال كعب	١٢٨	نصف ثمن ثمن	جزء مال مال كعب	٧
مال كعب كعب	٢٥٦	ربع ثمن ثمن	جزء مال كعب كعب	٨
كعب كعب كعب	٥١٢	ثمن ثمن ثمن	جزء كعب كعب كعب	٩
مال مال كعب كعب	* ١٠٢٤	نصف ثمن ثمن ثمن	جزء مال مال كعب كعب	١٠
مال كعب كعب كعب	* ٢٠٤٨	ربع ثمن ثمن ثمن	جزء مال كعب كعب كعب	١١
كعب كعب كعب كعب	* ٤٠٩٦	ثمن ثمن ثمن ثمن	جزء كعب كعب كعب كعب	

مراتب النزول

* في المخطوط ١٧٧٣ : ١٢ ، ٢٥ ، ٤٥٩٦ وهي ارقام محرفة .

هذا الجدول في هامش المخطوط ٧٥٣ ، صفحة ٣٩ .



٣٥

ذا الفضل فجزء مال المال في مال الكعب الحاصل الجذر وجزء

كعب الكعب في مال الكعب الحاصل جزء المال وان لم يكن

فضل فالحاصل من جنس الواحد وتفصيل طرق التفريق

والتجذير وباقي الاعمال فهو موكول في كتابنا الكبير ولما

كانت الجبريات التي انتهت اليها افكار الحكماء منحصرة في

السنة وكان بناؤها على العدد والاشياء والاموال وكان

هذا الجدول متكفلا بمعرفة جنسية حاصل ضربها و

خارج قسمتها اوردنا تفصيلا واختصارا وهذه صورته

المقسوم

[illegible]	المال	الشيء	الواحد	جزء الشيء	جزء المال	[illegible]
جزء [illegible]	الواحد	جزء الشيء	جزء المال	جزء الكعب	جزء مال المال	المال
[illegible]	الشيء	الواحد	جزء الشيء	جزء المال	جزء الكعب	الشيء
الواحد	المال	الشيء	الواحد	جزء الشيء	جزء المال	الواحد
الشيء	الكعب	المال	الشيء	الواحد	جزء الشيء	جزء الشيء
المال	مال المال	الكعب	المال	الشيء	الواحد	جزء المال
[illegible]	المال	الشيء	الواحد	جزء الشيء	جزء المال	

المضروب فيه

صورة العمل

مضروب الزائد الناقص

صورة ثانية

عدد الاشياء

حاصل الاشياء

شكل (١٦) - الصفحة (٣٥) من مخطوط المكتبة الأحمدية بحلب - رقم ١٢٥٣

المقسوم

	المال	الشيء	الواحد	جزء الشيء	جزء المال	
جزء المال	الواحد	جزء الشيء	جزء المال	جزء الكعب	جزء مال المال	المال
جزء الشيء	الشيء	الواحد	جزء الشيء	جزء المال	جزء الكعب	الشيء
الواحد	المال	الشيء	الواحد	جزء الشيء	جزء المال	الواحد
الشيء	الكعب	المال	الشيء	الواحد	جزء الشيء	جزء الشيء
المال	مال المال	الكعب	المال	الشيء	الواحد	جزء المال
	المال	الشيء	الواحد	جزء الشيء	جزء المال	

المضروب فيه

المقسوم عليه

المضروب

تضرب عدد (١) احد الجنسين في الآخر ، فالحاصل عدد حاصل الضـــرب من جنس الواقع في ملتقى المضروبن ، وان كان استثناء ويسمى المستثنى منه زائداً ، والمستثنى ناقصاً ، وضرب الزائد في مثله ، والناقص في مثله زايد ؛ والمختلفين ناقص ، فاضرب الاجناس بعضها في بعض ،واستثن الناقص من الزايد ، فمضروب عشرة اعداد وشيء في عشرة اعـــداد إلا شيئاً مائة إلا مالاً ، ومضروب خمسة اعداد الا شيئاً ، في سبعة اعداد الا شيـــئاً ، خمسة وثلاثون عدداً ومال إلا اثني عشر شيئاً ، ومضروب اربعة اموال وستة اعداد الا شيئين ، في ثلاثة اشياء إلا خمسة اعداد ، اثني عشر كعباً وثمانية وعشرون شيئاً الا ستة وعشرين فالا (وإلا) (٢) وثلاثين عدداً .

(١) ناقصة في المخطوطين ١٧٧٣ ، ١٢٥٣
(٢) زائدة في المخطوط ١٢٥٣
(٣) في المخطوط ٧٥٣ : عشرون وهي محرفة .

صورة العمل		الزائد [المضروب]		الناقص المضروب
مضروب فيه		أربعة أموال	ستة اعداد	إلا شيئين
الزائد	ثلاثة اشياء	اثنا عشر كعباً زائداً	ثمانية عشر شيئاً زائداً	ستة أموال ناقصة
الناقص	إلا خمسة اعداد	عشرون مالاً ناقصاً	ثلاثون عدداً ناقصاً	عشرة[٣] أشياء زائدة

وفي القسمة يطلب ما اذا ضرب في المقسوم عليه يساوي المقسوم،فيقسم عدد جنس[١] المقسوم على[٢] عدد جنس المقسوم عليه،وعدد الخارج من جنس ما وقع في ملتقى المقسومين .

---

(١) ، (٢) ناقصة في المخطوط ٧٥٣

شرح :

من الواضح ان حاصل ضرب الزائد في مثله (أي في الزائد) ، والناقص في مثله (أي في الناقص) زائد ، اما عند ضرب الكميتين المختلفتين في الاشارة فحاصل ضربها ناقص (أي سالب) .

والأمثلة التي ساقها العاملي لبيان كيفية ضرب الاجناس في بعضها البعض هي :

التعبير الوارد بالنص	المقابل الرياضي المعاصر
مضروب عشرة اعداد وشي في عشرة اعداد إلا شيئاً مائة إلا مالاً	$(١٠+س)(١٠-س) = ١٠٠ - س^{٢}$
مضروب خمسة أعداد الا شيئاً، في سبعة اعداد الاشيئاً ، خمسة وثلاثون عدداً ومال إلا اثنى عشر شيئاً .	$(٥ - س) (٧ - س) = ٣٥ + س^{٢} - ١٢ س$

مضروب أربعة اموال وستة اعداد إلا شيئين ، في ثلاثة اشياء الا خمسة اعداد ، اثنى عشر كعبا وثمانية وعشرون شيئاً الا ستة وعشرين مالا وثلاثين عدداً .

$$(٤ س^{٢} + ٦ - ٢ س) (٣س-٥) = ١٢ س^{٣} + ٢٨ س - ٢٦ س^{٢} - ٣٠$$

ويمكن تمثيل جدول صورة العمل لهذا المثال الاخير باستعمال الرموز الرياضيـة العامرة على الوجه التالي ، وهو مقابل تماماً للجدول الوارد في المخطوط :

صورة العمل		المضروب		
		الزايد		الناقص
المضروب فيه		٤ $س^{٢}$	+٦	-٢ س
الزايد	٣ س	١٢ $س^{٣}$	+١٨ س	-٦ $س^{٢}$
الناقص	- ٥	-٢٠ $س^{٢}$	- ٣٠	+١٠ س

الفصل الثاني : في المسائل الست الجبرية

استخراج المجهولات بالجبر والمقابلة يحتاج الى نظر ثاقب ، وحدس صائب ، وامعان فكر فيما أعطاه السائل ، وصرف ذهن فيما يؤدى الى المطلوب من الوسائل ، فتفرض من[1] المجهول شيئاً ، وتعمل ما تضمه السؤال سالكا على ذلك المنوال لينتهي الى المعـــادلة ، والطرف ذو الاستثناء يكمل ويزاد ، مثل ذلك على الآخر ، وهو الجبر ، والاجنـاس المتجانسة المتساوية في الطرفين تسقط منها ، وهو المقابلة ، ثم المعادلة إما بين جنس وجنس ، وهي ثلاث مسائل نسمى المفردات ، أو بين[1] جنس وجنسين ، وهي ثلاث آخر تسمى المقترنات .

الاولى من المفردات عدد يعدل اشياء ، فاقسمه على عددها يخرج الشيء المجهول[2] .

مثالها : أقر لزيد بألف ونصف ما لعمرو ، ولعمرو بألف إلا نصف ما لزيد ، فافرض ما لزيد شيئاً ، فلعمرو ألف الا نصف شيء ، فلزيد الف وخمسمائة الا ربع شيء يعدل شيئاً وبعد الجبر ألف وخمسمائة يعدل شيئا وربعا ، فلزيد ألف ومائتان ، ولعمرو اربعمائة .

---

(١) زائد في المخطوط ١٢٥٣ .
(٢) ناقصة في المخطوط ١٧٧٣ .

شرح :

في هذا الفصل يعرض العاملي للصيغ الست المعروفة على وقته للمعادلات الجـــبرية من الدرجتين الاولى والثانية ، وقد قسمت هذه الصيـغ الست الى مجموعتين هي المفردات والمقترنات وبيانها كما يلي :

المسائل المفردات ، وفيها جنس مفرد يعادل جنساً مفرداً آخر فحسب :

(١) عدد يعدل أشياء :

أي $ح = ب\,س$ $\qquad$ ∴ $س = \frac{ح}{ب}$

(٢) اشياء تعدل اموالاً :

أي $ب\,س = ا\,س^2$ $\qquad$ ∴ $س = \frac{ب}{ا}$

(٣) عدد يعدل اموالا :

أي $ح = ا\,س^2$ $\qquad$ ∴ $س = \sqrt{\frac{ح}{ا}}$

الثانية اشياء تعدل اموالا ، فاقسم عدد الأشياء على عدد الأموال ، فالخارج هو الشيء المجهول مثالها : أولاد انتهبوا تركة أبيهم ، وكانت دنانير ، بأن أخذ الواحد ديناراً والآخر دينارين ، والآخر ثلاثة ، وهكذا بتزايد واحد[1] ، فاسترد الحاكم ما أخذوه ، وقسمه بينهم بالسوية ، فاصاب كل واحد سبعة ، فكم الاولاد والدنانير . فافرض (الدنانير)[2] شيئاً ، وخذ طرفيه أعنى واحداً وشيئا ، واضربه في نصف الشيء يحصل نصف مال ونصف شيء ، وهو عدد الدنانير ، اذ[3] مضروب الواحد مع اي عدد في نصف العدد يساوي مجموع الاعداد المتوالية من الواحد اليه ، فاقسم عدد الدنانير على شيء ، وهو عدد الجماعة ، لتخرج سبعة كما قال السائل ، فاضرب السبعة في الشيء وهو المقسوم عليه ، يحصل سبعة اشياء يعدل نصف مال ونصف شيء ، وبعد الجبر والمقابلة مال يعدل ثلاثة عشر شيئا ، فالشيء ثلاثة عشر ، وهي عدد الاولاد ، فاضربه في سبعة ، فالدنانير احد وتسعون ، ولك استخراج هذه وامثالها بالخطأين ،

فبالنسبة للمفردة الاولى ، نفرض – حسب المثال المبين – ان ما مع زيد س ، فيكون ما مع عمرو (١٠٠٠ – ٢/س) ، ويكون مامع زيد ١٠٠٠ + ١/٢ (١٠٠٠ – ٢/س) طبقاً لمعطيات المثال

وبالتالي فان مازيد هو س

كذا هو $١٠٠٠ + \frac{١}{٢} (١٠٠٠ - \frac{س}{٢})$

ومن ثم فان هاتين الكميتين لا بد وان يكونا متساويين ، وبذلك نحصل على المعادلة :

$$س = ١٥٠٠ - \frac{١}{٤} س$$

فبالجبر $\frac{١}{٤} ١ س = ١٥٠٠$ ∴ س = ١٢٠٠ = مازيد

اما ما لعمرو فيساوي $(١٠٠٠ - \frac{١٢٠٠}{٢}) = ٤٠٠$

(١) في المخطوط ١٧٧٣ : وهكذا يتزايد واحداً واحداً (٢) صحته عدد الاولاد ، والتحريف واضح من سياق المثال .

(٣) في المخطوط ١٧٧٣ : أو

كأن تفرض الاولاد خمسة ، فالخطأ [1] الأول أربعة ناقصة ، ثم تسعة ، فالثاني اثنان كذلك ، فالمحفوظ الاول عشرة ، والثاني ستة وثلاثون ، والفضـــل بينهما ستة وعشرون، وبين الخطأين اثنـان .

وهنا طريق آخر أسهل وأحضر هو أن بضعف خارج القسمة ، فالحاصل إلا واحـداً عدد[2] الأولاد .

---

(١) ناقصة في المخطوط ٧٥٣ .
(٢) في المخطوط ١٢٥٣ : أعداد .

شرح :

في مثال المفردة الثانية ، نفرض ان عدد الدنانير موضوع التركة يساوي ح ، وان عدد الاولاد س .

فعند انتهاب التركة كان نصيب الاولاد يتبع متوالية حسابية تبدأ بالواحد ويزيد كل حد فيها سابقه بواحد ، ومجموع هذه المتوالية هو بلا شك الدنانير ح .

$$\therefore\ ١ + ٢ + ٣ + \cdots + \text{س} = \text{ح}$$

حيث س عدد الاولاد .

ولما كان نصيب كل ولد ـ عند تقسيم التركة بينهم بالتساوي ـ هو ٧ دنانير :

$$\therefore\ \text{ح} = ٧\,\text{س} \quad (\text{أي نصيب كل ولد} \times \text{عدد الاولاد})$$

وحيث ان مجموع المتوالية الحسابية :

$$١ + ٢ + ٣ + ٤ + \cdots + \text{س} = \frac{\text{س}}{٢}(\text{س} + ١) =$$

$$\therefore\ \text{ح} = ٧\,\text{س}$$

وبالتالي نحصل على المعادلة :

$$\frac{\text{س}}{٢}(\text{س} + ١) = ٧\,\text{س}$$

$$\frac{\text{س}^٢}{٢} + \frac{\text{س}}{٢} = ٧\,\text{س}$$

(سبعة أشياء تعدل نصف مال ونصف شيء)

وبعد الجبر والمقابلة :

الثالثة عدد يعدل اموالا ، فاقسمه على عددها وجذر ، الخارج الشيء المجهول .

مثالها : أقر لزيد باكثر المالين اللذين مجموعها عشرون ومسطحها ستة وتسعون ، فافرض احدهما عشرة وشيئاً ، والاخر عشرة إلا شيئاً ، فمسطحهما وهو مائة إلا مالا يعدل ستة وتسعين ، وبعد الجبر والمقابلة يعدل المال اربعة ، والشيء اثنان ، فأحد [1] المالين ثمانية ، والاخر اثنا عشر ، وهو [المطلوب][2] .

س = ١٣ = عدد الاولاد

التركة بالدنانير = ١٣×٧ = ٩١ ديناراً

ويشير العاملي في نهاية هذا المثال الى تطبيق طريقة الخطأين في حل المسأله .

اما الطريقة المختصرة التي يذكرها في خاتمة المثال ، فهي بلا شك معتمدة على المعادلة :

$$٧ \text{ س} = \frac{\text{س}}{٢} \ (\text{س} + ١) \ \text{أو} \ (٧ \times ٢ - ١) = \text{س}$$ ، حيث العدد ٧ هو خارج قسمة التركة بالتساوي بين الاولاد .

(١) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ .

(٢) زيدت ليستقيم المعنى .

في مثال المفردة الثالثة المطلوب ايجاد عددين مجموعها عشرون ، وحاصل ضربهما ستة وتسعون .

يفرض احد العددين (١٠ + س)

فيكون الثاني (١٠ - س)

وهذا يحقق الشرط الاول وهو ان المجموع = ٢٠

أما الشرط الثاني فيعني ان :

(١٠ + س) (١٠ - س) = ٩٦

أي ان ١٠٠ - س^2 = ٩٦

فبعد الجبر والمقابلة : س^2 = ٤ ، س = ٢

فيكون احد العددين المطلوبين ٨ والثاني ١٢ .

المقترنة [1] الاولى من المقترنات

عدد يعدل اشياء واموالا ، فكمل المال واحداً إن كان أقل منه [2] ، ورده اليه إن كان اكثر ، وحول العدد والاشياء الى تلك النسبة بقسمة عدد كل على عدد الاموال ، ثم ربع نصف عدد الاشياء ، وزده على العدد ، وانقص من جذر المجموع نصف عدد الاشياء ليبقى (في نفسه)[3] العدد المجهول

مثالها : اقر لزيد من العشرة بما مجموع مربعه ومضروبه في نصف باقيها اثنا عشر ، فافرضه شيئاً ، فمربعه مال ، ونصف القسم الآخر خمسه الا نصف شيء ، ومضروب الشيء فيه خمسة أشياء إلا نصف مال ، فنصف مال وخمسة أشياء تعدل اثني عشر ، فمال وعشرة أشياء يعدل أربعة وعشرين ، نقصنا نصف (عدد الاشياء) [4] من جذر مجموع مربع نصف عدد الاشياء والعدد ، بقي اثنان ، وهو [المطلوب] [5] .

(١) وردت في المخطوطات محرفة تحت المقربة
(٢) ناقصة في المخطوط ١٧٧٣
(٣) زائدة في المخطوط ١٢٥٣
(٤) ناقصة في المخطط ١٢٥٣
(٥) زيدت ليكتمل المعنى .

شرح :

المسائل المقترنات ، وفيها جنس يعدل جنسين (مقترنين) لهما نفس الاشارة الجبرية في هذه المجموعة الثانية من المعادلات ، وهي ثلاث مسائل ، تتم المعادلة فيها بين جنس وجنسين (بخلاف المسائل المفردات التي تكون المعادلة فيها بين جنس وجنس فحسب) ، وهذه المسائل هي:

(١) عدد يعدل أشياء وأموالاً

$$أي\ حـ = ب\ س + أ\ س^{٢}$$

(٢) أشياء تعدل عدداً وأموالاً :

$$أي\ ب\ س = حـ + أ\ س^{٢}$$

(٣) أموال تعدل عدداً وأشياء

$$أي\ أ\ س^{٢} = حـ + ب\ س$$

المقترنة الاولى :

يمكن شرح طريقة الحل بمقابلة النص مع الصيغة الرياضية بالرموز كما نألفها اليوم ، وذلك كما يلي :

نص المخطوط	الصيغة الرياضية المقابلة
عدد يعدل اشياء وأموالاً :	$\text{حـ} = \text{ب س} + \text{أ س}^{٢}$
حول العدد والاشياء الى تلك النسبة بقسمة عدد كل على عدد الاموال :	$\frac{\text{حـ}}{\text{أ}} = \frac{\text{ب}}{\text{أ}}\,\text{س} + \text{س}^{٢}$
ثم ربع نصف عدد الاشياء وزده على العدد :	$\left(\frac{\text{ب}}{\text{٢أ}}\right)^{٢} + \frac{\text{حـ}}{\text{أ}}$
وانقص من جذر المجموع نصف عدد الاشياء ليبقى العدد المجهول.	$\text{س} = \sqrt{\left(\frac{\text{ب}}{\text{٢أ}}\right)^{٢} + \frac{\text{حـ}}{\text{أ}}} - \frac{\text{ب}}{\text{٢أ}}$

أي ان حل معادلة الدرجة الثانية :

$$\text{أ س}^{٢} + \text{ب س} = \text{حـ}$$

هو

$$\text{س} = \frac{\sqrt{\left(\frac{\text{ب}}{\text{٢}}\right)^{٢} + \text{أ حـ}} - \frac{\text{ب}}{\text{٢}}}{\text{أ}}$$

وليس لبهاء الدين العاملي فضل في هذا الحل الذي كان معروفاً قبله بحوالي ثمانية قرون .

والمقابل التحليلي لمثال المقترنة الاولى هو :

نص المخطوط	الصيغة الرياضية المقابلة
أقر لزيد من العشرة بما مجموع مربعة ومضروبه في نصف باقيها اثنا عشر	$\text{س}^{٢} + \text{س}\left(\frac{\text{١٠} - \text{س}}{\text{٢}}\right) = \text{١٢}$
فمربعة مال ونصف القسم الآخر خمسة إلا نصف شيء ، ومضروب الشيء فيه خمسة اشياء إلا نصف مال :	$\text{س}^{٢} + \text{٥ س} - \frac{\text{١}}{\text{٢}}\text{س}^{٢} = \text{١٢}$
فنصف مال وخمسة اشياء تعدل اثني عشر :	$\frac{\text{١}}{\text{٢}}\text{س}^{٢} + \text{٥ س} = \text{١٢}$
فمال وعشرة أشياء يعدل اربعة وعشرين :	$\text{س}^{٢} + \text{١٠ س} = \text{٢٤}$
نقصنا نصف عدد الاشياء من جذر مجموع مربع نصف عدد الاشياء والعدد، بقي اثنان، وهو المطلوب :	$\text{س} = \sqrt{\left(\frac{\text{١٠}}{\text{٢}}\right)^{٢} + \text{٢٤}} - \frac{\text{١٠}}{\text{٢}}$

إذن فما أقر به لزيد من العشرة هو اثنان .

المقترنة [1] الثانية أشياء تعدل عدداً واموالا ، فبعد التكميل أو الرد تنقص العدد من مربع نصف عدد الاشياء ، وتزيد جذر الباقي على نصفها ، أو تنقصه منه ، فالحاصل هو الشيء المجهول .

مثالها : عدد ضرب في نصفه ، وزيد على الحاصل اثنا عشر ، حصل خمسة امثال العدد ، فاضرب شيئاً في نصفه فنصف مال ، مع اثني عشر يعدل خمسة أشياء ، فمال وأربعة وعشرون يعدل عشرة أشياء فانقص الاربعة والعشرين ومن مربع الخمسة يبقى واحد ، وجذره واحد ، فان زدته على الخمسة أو نقصته منها يحصل المطلوب .

الثالثة : اموال تعدل عدداً وأشياء ، فبعد التكميل او الرد تزيد مربع نصف عدد الاشياء على العدد ، وجذر المجموع [وزده] [2] على نصف عدد الاشياء ،فالمجتمع الشيءا لمجهول.

مثالها : عدد نقص من مربعه وزيد الباقي على المربع حصل عشرة نقصنا من المال الاول [3] شيئا ، وكملنا العمل صار مالين إلا شيئاً تعدل عشرة ، وبعد الجبر والرد مال يعدل خمسة اعداد ونصف شيء ، فمربع نصف عدد الاشياء مضافاً الى الخمسة ، خمسة ونصف ثمن جذره اثنان وربع ، تزيد عليه ربعاً يحصل اثنان ونصف وهو المطلوب :

(١) وردت في المخطوطات فحرفة تحت : القربة

(٢) أضيفت ليتم المعنى وينسق مع المثال المعطي

(٣) ناقصة في المخطوط ٧٥٣ .

شرح : يمكن تمثيل المقترنة الثانية بالرموز الرياضية المعاصرة على الوجه التالي :

أشياء تعدل عدداً وأموالا والحل كما ورد في النص :

$$ب س = حـ + \text{ا} س^{٢}$$

فبعد التكميل او الرد

$$\frac{ب}{\text{ا}} س = \frac{حـ}{\text{ا}} + س^{٢}$$

تنقص العدد من مربع نصف عدد الاشياء :

$$\left(\frac{ب}{٢\text{ا}}\right)^{٢} - \frac{حـ}{\text{ا}}$$

وتزيد جذر الباقي على نصفها ، او تنقصه منه :

$$\frac{ب}{٢ أ} \pm \sqrt{\left(\frac{ب}{٢ أ}\right)^{٢} - \frac{حـ}{أ}}$$

فالحاصل هو الشيء المجهول :

$$س = \frac{ب}{٢ أ} \pm \sqrt{\left(\frac{ب}{٢ أ}\right)^{٢} - \frac{حـ}{أ}}$$

ففي مثال المقترنة الثانية :

نفرض العدد المجهول : س

فتكون المعادلة طبقاً لمنطوق النص :

$$\frac{١}{٢} س^{٢} + ١٢ = ٥ س$$

فمال واربعة وعشرون يعدل عشرة اشياء :

$$س^{٢} + ١٢ = ٥ س$$

فانقص الاربعة والعشرين من مربع الخمسة يبقى واحد ، وجذر ، واحد :

$$\sqrt{(١٠/٢)^{٢} - ٢٤} = ١$$

فان زدته على الخمسة او نقصته منها يحصل المطلوب .

$$س = \left(\frac{١٠}{٢} \pm ١\right)$$

أي ان : $س = ٦$ أو ٤

ونحن نعلم ان المعادلة : $س^{٢} - ١٠ س + ٢٤ =$ صفراً

يمكن وضعها على الصورة : $(س - ٦)(س - ٤) =$ صفراً

وبالتالي فالقيمتان المحققتان لها هما $س = ٦$ أو $س = ٤$

اما المقترنة الثالثة

فالصيغة الرياضية لها هي :

اموال تعدل عدداً واشياء : $\text{أ س}^{2} = \text{حـ} \times \text{ب س}$

وخطوات الحل هي :

فبعد التكميل أو الرد :

$$\text{س}^{2} = \frac{\text{حـ}}{\text{أ}} + \frac{\text{ب}}{\text{أ}}\,\text{س}$$

تزيد مربع نصف عدد الاشياء على العدد :

$$\left(\frac{\text{ب}}{\text{٢أ}}\right)^{2} + \frac{\text{حـ}}{\text{أ}}$$

وجذر المجموع [وزده] على نصف عدد الاشياء :

$$\sqrt{\left(\frac{\text{ب}}{\text{٢أ}}\right)^{2} + \frac{\text{حـ}}{\text{أ}}} + \frac{\text{ب}}{\text{٢أ}}$$

فالمجتمع الشيء المجهول :

$$\text{س} = \sqrt{\left(\frac{\text{ب}}{\text{٢أ}}\right)^{2} + \frac{\text{حـ}}{\text{أ}}} + \frac{\text{ب}}{\text{٢أ}}$$

ففي المثال الذي ساقه العاملي لهذه المقترنة .

نفرض العدد المطلوب ايجاده س

فتكون المعادلة حسب معطيات المثال: $\text{س}^{2} - \text{س} + \text{س}^{2} = ١٠$

(نقصنا من المال الاول شيئاً ، وكملنا العمل صار مالين إلا شيئاً تعدل عشرة)

وبعد الجبر والرد مال يعدل خمسة اعداد ونصف شيء :

$$س^{٢} = ٥ + \frac{١}{٢} س$$

فمربع نصف عدد الاشياء مضـــافا الى الخمسة ، خمسة ونصف ثمن :

$$\left(\frac{١}{٤}\right)^{٢} + ٥ = ٥ \frac{١/٢}{٨}$$

جذره اثنان وربع :

$$\sqrt{\frac{٨١}{١٦}} = \frac{٩}{٤} = ٢ \frac{١}{٤}$$

نزيد عليه ربعاً (وهو نصف عدد الاشياء) يحصل اثنان ونصف ، وهو المطلوب :

$$س = ٢ \frac{١}{٤} + \frac{١}{٤} = ٢ \frac{١}{٢}$$

والنتيجة صحيحة ويمكن الحصول عليها بالتعويض المباشر في المعادلة السابقة مباشرة على المثال بالقيم :

$$أ = ١ \quad ، \quad ب = \frac{١}{٢} \quad ، \quad حـ = ٥$$

وهذا ومن الممكن وضع معادلة الدرجة الثانية في الصورة العامة : $أ س^{٢} + ب س + حـ = $ صفراً

ويكون حلها العام على الوجه :

$$س = -\frac{ب}{٢أ} \pm \sqrt{\left(\frac{ب}{٢أ}\right)^{٢} - \frac{حـ}{أ}}$$

أما المقترنات الثلاث فما هي إلا حالات خاصة من هذه الحالة العامة ، يمكن التوصل اليها بتغيير إشارة حـ أو ب او كليها على التوالي الى الاشارة السالبة .

الباب التاسع

في قواعد شريفة وفوائد لطيفة لابد منها ولا غناء[1] له[2] عنها[3]

ولنقتصر في هذا المختصر على اثنى عشر :

الاولى

وهي مما سنح بخاطري العاير[4] .

اذا اردت مضروب عدد في نفسه وفي جميع ما تحته من الاعداد ، فزد عليه واحداً ، واضرب المجموع[5] في مربع العدد ، فنصف الحاصل هو المطلوب .

مثالها :

أردنا مضروب التسعة ، كذلك[6] ضربنا العشرة في أحـــد وثمانين ، فالاربعمائة والخمسة هي المطلوب .

---

(١) في المخطوط ١٧٧٣ : غنى (٢) ناقصة في المخطوط ٧٥٣ (٣) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣
(٤) في المخطوط ١٢٥٣ ، ١٧٧٣ : (٥) في المخطوط ٧٥٣ : المجتمع . (٦) في المخطوط ١٢٥٣ : كذا الفاتر .

شرح :

يمكن التعبير عن القاعدة الاولى بالرموز الرياضيه المعاصرة على الوجه التالى :

$$ن [ن + (ن - ١) + \ldots\ldots + ٣ + ٢ + ١] = \frac{(ن + ١) \cdot ن^٢}{٢}$$

ويتضح من الطرف الأيمن للمعـادلة ان المطلوب إيجاد حاصل ضرب العـدد ن في حاصل جمع الاعداد بتسلسلها الطبيعي حتى العدد ن .

ولايجاد مجموع المتوالية الحسابية : [١ + ٢ + ٣ + + (ن - ١) + ن)

نلاحظ ان مجموع العدد الاول والاخير من هذه المتوالية هو (١ + ن) ، كذلـك فان مجموع العدد الثاني والعدد قبل الاخير في نفس المتوالية هو :

$$٢ + (ن - ١) = (١ + ن)$$

الثانية

اذا اردت اردت جمع الافراد على النظيم الطبيعي : فزد الواحد على الفرد الاخير ، وربع نصف المجتمع .

مثالها

إذا قيل[1] جمع الافراد من الواحد الى التسعة :

فالجواب خمسة وعشرون .

وهكذا يبقى المجموع ثابتا حيت ان الزيادة التي تطرأ على العدد الثاني مثلا تساوي النقص الذي يطرا على العدد قبل الاخير من المتوالية ، ومن ثم يكون مجموع المتوالية الحسابية هذه هو (١ + ن) مضروباً في عدد ازواج الأعداد التى ينتجمن مجموع كل زوج منها (١+ن) ومن الواضح ان عدد هذه الازواج هو نصف العدد الكلي لحدود المتوالية اي ١/٢ ن

∴ مجموع المتوالية الحسابية [١ + ٢ + ٣ + ... + (ن - ١) + ن]

هو $(ن + ١) \cdot \frac{ن}{٢}$

ويكون حاصل ضرب اي عدد ن في المتوالية الحسابيـة من الواحد حتى العـدد نفسه ن هو :

$$(ن + ١) \cdot \frac{ن}{٢} \times ن = \frac{ن^٢}{٢}(ن + ١)$$

مجموع الموالية الحسابية

وهو ما جاء بالقاعدة الاولى .

والمثـال الذي ضربه العامـلي هو مضروب ٩ في مجموع الارقام من التسعة الى الواحـد أي ٩ (٩ + ٨ + ٧ + ٦ + ٥ + ٤ + ٣ + ٢ + ١)

$$= \frac{(٩ + ١) \times ٩^٢}{٢} = ٤٠٥$$ وهو صحيح .

(١) ناقصة في المخطوطين ١٢٥٣ ، ١٧٧٣ .

الثالثه

جمع الازواج دون الافراد :

تضرب نصف الزوج الاخير فيما يليه بواحد .

مثالها :

من الاثنين الى العشرة : ضربنا الخمسة في الستة .

شرح :

تتناول القاعدة الثانية جمع الاعداد المفردة حسب تسلسلها الطبيعي بدءاً من الواحـد ، ويمكن تمثيلها بالمعادلة :

$$١ + ٣ + ٥ + ٧ + \cdots + (ن - ٢) + ن = \left[\frac{ن + ١}{٢}\right]^{٢}$$

حيث ن عدد مفرد صحيح .

ولقد ساق العاملي مثالا هو جمع الأفرا من الواحد حتى التسعة :

$$١ + ٣ + ٥ + ٧ + ٩ = ٢٥ \qquad ن = ٩$$

$\left[ن + ١/٢ \right] = (١٠/٢)^{٢} = ٢٥$ فالقاعدة اذن صحيحة .

مثال آخر هو جمع الافراد على النظم الطبيعي حتى ١٩ ، فالجواب هو :

$$١ + ٣ + ٥ + ٧ + ٩ + ١١ + ١٣ + ١٥ + ١٧ + ١٩ = ١٠٠$$

وحيث أن $ن = ١٩ \quad \therefore \quad \left(\frac{ن + ١}{٢}\right)^{٢} = ١٠٠$ فالقاعدة صحيحة .

تتعرض القاعدة الثالثة لجمع الاعداد الزوجية حسب تسلسلها الطبيعي ، فتقول ان حاصل الجمع يساوي نصف العدد الزوجي اخير في المسلسة مضروبا في العدد التالي لنصف هـذا العدد الزوجي الاخير ، وتمثل هذه القاعدة رياضياً على الوجه التالي :

$$٢ + ٤ + ٦ + ٨ + \cdots + (ن - ٢) + ن = \frac{ن}{٢} \cdot \left(\frac{ن}{٢} + ١\right)$$

الرابعـة :

جمع المربعات المتوالية : تزيد واحداً على ضعف العدد الاخير ، وتضرب ثلث المجتمع في مجموع تلك الاعداد .

مثالهـا :

مربعات الواحد الى الستة (١) : زدنا على ضعفهـــا (٢) واحـداً ، وثلث الحاصـل اربعة وثلث ، فاضربه في مجموع تلك الاعداد ، وهـو احد وعشرون ، فالواحد وتسعون (٣) جواب .

شرح :

حيث ن عدد زوجي صحيـح .

والمثل الذي ضربه العاملي لهذه القاعدة هو مجموع الاعداد الزوجية من ٢ الى ١٠ .

٢ + ٤ + ٦ + ٨ + ١٠ = ٣٠

وحيث أن ن = ١٠ فالمجموع حسب هذه القاعدة = $\frac{١٠}{٢}\left(\frac{١٠}{٢} + ١\right)$ = ٣٠

ونقدم مثلا ثانياً هو مجموع الاعداد الزوجية حتى ٢٢ فنجد أن :

٢+٤+٦+٨+١٠+١٢+١٤+١٦+١٨+٢٠+٢٢ = ١٣٢

ولما كانت ن = ١٨ في هذا المثال ، فان مجموع هذه المتوالية طبقاً للقاعدة الثالثة هو :

٢٢/٢ (٢٢/٢ + ١) = ١١ × ١٢ = ١٣٢

مما يؤيد سلامة القاعدة المذكورة .

(١) في المخطوط ١٦٧٣ : ستة .

(٢) في المخطوط ١٢٥٣ : ضعف الستة .

(٣) في المخطوط ١٧٧٣ : والتسعون .

شرح :

تبين القاعدة الرابعة كيفية جمع مربعات الاعداد حسب تسلسلها الطبيعي وتتـخذ الصيغة الرياضية الآتية :

$$(١^{٢}+٢^{٢}+٣^{٢}+٤^{٢}+\dots\dots+ن^{٢})=\frac{(٢ن+١)}{٣}\left[١+٢+٣\dots+ن\right]$$

ففي المثال الوارد في النص يعطي العاملي بجموع مربعات الواحد الى الستة فيقول إن $(١^{٢}+٢^{٢}+٣^{٢}+٤^{٢}+٥^{٢}+٦^{٢})$

$$\text{يساوي}\ \frac{٦\times٢+١}{٣}(١+٢+٣+٤+٥+٦)=٤\frac{١}{٣}\times٢١=٩١$$

وهو المجموع الصحيح .

وكمثال آخر نختبر صحة القاعدة بالنسبة لمجموع مربعات الاعداد حتى العدد ١٣ ، أي بالنسبة لـ $ن = ١٣$:

$$\text{فالمجموع}=\frac{(٢\times١٣+١)}{٣}\left[١+٢+٣+\dots\dots١٣\right]$$

$= ٩ \times ٩١ = ٨١٩$ وهو فعلا بجموع مربعات الاعداد من ١ جتى ١٣ .

وبالرجوع الى المعادلة الرياضية الممثلة للقاعدة الرابعة نجد أن الطرف الايسر للمعادلة يشتمل على بجموع المتوالية الحسابية من الواحد حتى العـــدد ن ، وحيث ان بجموع هذه المتوالية $= ن(ن+١)/٢$ كما تقدم شرحه في القاعدة الاولى ، فانه من الممكن وضع القاعدة الرابعة على النحو التالي :

$$(١^{٢}+٢^{٢}+٣^{٢}+٤^{٢}+\dots\dots+ن^{٢})=\frac{(٢ن+١)}{٣}\cdot\frac{ن(ن+١)}{٢}$$

$$=\frac{ن(ن+١)(٢ن+١)}{١\times٢\times٣}$$

وهي الصيغة التي نألفها في كتبنا الرياضية المعاصرة .

ولعل ابوبكر فخرالدين محمد بن الحسن الكرخي الحاسب (المتوفي عام ١٠٢٩ م) اول من برهن القوانين الخاصة بمجموع المتوالية المشتملة من مربعات الاعداد الطبيعيـة ، كذا مجموع مكعبات الاعداد الطبيعية ، وهذا المجموع الاخذ هو موضوع القاعدة الخامسة الآتية .

الخامسة :

جمع المكعبات المتوالية : تربيع مجموع تلك الاعداد المتوالية من الواحد .

مثالها :

مكعبات الواحد الى الستة ، ربعنا الاحد والعشرين ، فالاربعمائة واحد واربعون جواب .

السادسة :

اذا اردت سطح جذري عددين منطقين او اصمين او مختلفين :

فاضرب احدهما في الآخر ، وجذر المجتمع جواب .

مثالها :

مسطح جذري الخمسة مع العشرين : فجذر المائة جواب .

شرح :

المقابل الرياضي للقاعدة الخامسة هو :

$$(١^٣ + ٢^٣ + ٣^٣ + \cdots + ن^٣) = (١ + ٢ + ٣ + \cdots + ن)^٢$$

وبتطبيقه على مجموع مكعبات الواحد الى الستة ، فاننا نجده مساوياً لـ $(٢١)^٢ = ٤٤١$

ولما كان الطرف الايسر من المعادلة هو مربع مجموع المتوالية الحسابية من الواحد الى العدد ن . ولما كان مجموع هذه المتوالية - بالرجوع الى القاعدة الاولى - يساوي :

$$\frac{ن(ن + ١)}{٢}$$

فانه يمكن وضع القاعدة الخامسة على الصورة .

$$(١^٣ + ٢^٣ + ٣^٣ + \cdots + ن^٣) = \left[\frac{ن(ن + ١)}{٢}\right]^٢$$

وهي المعادلة التي نستعملها اليوم لايجاد مجموع مكعبات الاعداد بتسلسلها الطبيعى .

في القاعدة السادسة اذا رمزنا العددين المنطقين او الاصمين بالرمزين م ، ن فان القاعدة تنص على ما يلى :

السابعة :

اذا اردت قسمة جذر عدد على جذر آخر :

فاقسم أحد العددين على الآخر ، وجذر الخارج جواب .

مثالها :

جذر مائة على جذر خمسة وعشرين : فجذر الاربعة جواب .

الثامنة

اذا اردت تحصيل عدد تام ، وهو المساوي اجزاءه ، أي[1] مجموع الاعداد العادلة له :

فاجمع اعداداً متوالية[2] من الواحد على التضاعف ، بالمجموع ان كان لا يعده غير الواحد فاضربه في آخرها فالحاصل تام .

مثالا :

جمعنا الواحد والاثنين والاربعة ، وضربنا السبعة في الاربعة ، فالثمانية والعشرون عدد تام

شرح :

$$\sqrt{م} \cdot \sqrt{ن} = \sqrt{م \cdot ن}$$ وهذا صحيح .

(ملحوظة : كلمة « مسطح » الواردة في النص تعني حاصل ضرب) .

مثاله : $\sqrt{٥} \times \sqrt{٢٠} = \sqrt{١٠٠} = ١٠$

بفرض العددين في القاعدة السابعة م ، ن ، فانه يمكن تمثيل منطوق القاعدة رياضياً على الوجه التالي :

$$\frac{\sqrt{م}}{\sqrt{ن}} = \sqrt{\frac{م}{ن}}$$ وهذا صحيح تماما ومكمل للقاعدة السادسة

مثاله : $\frac{\sqrt{١٠٠}}{\sqrt{٢٥}} = \sqrt{\frac{١٠٠}{٢٥}} = \sqrt{٤} = ٢$

(١) في المخطوط ٧٥٣ ، ١٢٥٣ : وهي (٢) في المخطوط ١٢٥٣ : الاعداد المتوالية .

شرح :

تختص القاعدة الثامنة بخواص العدد التام هو ذلك العدد الذي يساوي مجموع الاعـداد المكونة له العدد نفسه .

مثال العدد التام العد ٦ حيث أن مكوناته أو عوامله هي ١ ، ٢ ، ٣ ومجموعهـا ٦ ، وبالتالي فالعدد ٦ عدد تام .

أما اذا نقص العدد عن مكوناته فالعدد ناقص ، وان زاد فهو عدد زائد ، فمثال العدد الناقص العدد ١٢ حيث ان مجموع موكوناته هو :

(١ + ٢ + ٣ + ٤ + ٦) — ١٦ ، فالعدد ١٢ ينقص عن مجموع مكوناته وبالتالي فهو عدد ناقص .

أما مثال العدد الزائد فهو العدد ٨ حيث ان مجموع مكوناته هو :

(١ + ٢ + ٤ = ٧ ، وبالتالي فالعدد ٨ عدد زائد حيث أنه يزيـــد على مجموع عوامـــله .

ولا شك ان الوقوف على فكرة العدد التام يرجع الى عهد بعيـد حيث ان الهنود كانو على علم بها قبل الاغريق .

هذا وقد ورد عن العـالم الاغيقي نيكوماخـوس Nicomachus (حوالي عام ١٠٠ م) قوله في الاعداد التامة :

« . . . . فان الاعداد الزائدة والاعداد الناقصة توجد بكثرة وبغير انتظام أو ترتيب ، ويتم اكتشافها بغير نظام .

ولكن الاعداد التامة يسهل حصرها ، وتقع في ترتيب محـدد ، وذلك ، لوقـوع عدد تام واحد منها في الآحاد هو العدد ٦ ، وعدد واحـد في العشرات هـو ٢٨ ، وعدد واحـد جميع المئات هو ٤٩٦ ، وعدد واحد في المدى الواسع من الآلاف وعلى مشارفهـا ، فهو قريب من عشرة آلاف ، وهو العدد ٨١٢٨ ، ويتسم انتظام الاعداد التامة بانتهائها بواحـد فقط من الرقمين ٦ ، ٨ في خانة الآحاد ، والاعداد التامة تكون دائماً أعداداً زوجية »

كذلك فقد اهتم اقليدس بالاعداد التامة فخصها بباب مستقل في مؤلفة « الاصول » .

ويقدم العاملي هنا قاعدة لتعيين الاعداد التامة ، فيشير إلى المتوالية الهندسية التي اساسها ٢ وهي ما عبر عنه في النص بالاعداد المتوالية من الواحد على التضاعف اي المتوالية الهندسية :

١ + ٢ + ٤ + ٨ + ١٦ + ٣٢ + ... وهكـذا بحيث ان كل حـد في المتوالية يساوي ضعف الحد الذي يسبقه .

يقول العاملي بأنه اذا جمعت عدة حدود بدءاً من الواحد ، فكان مجموع هذه الحدود عدداً أولياً ، فان هذا المجموع مضروباً في العدد الاخير من هذه المجموعة يكون عدداً تاماً .

وطبقاً لهذه القاعدة فالعدد التام الاول هو الواحد .

أما العدد التـام الثـاني فيحصـل عليه ـ حسب هذه القاعدة ـ من الحدين الاوليـة للمتوالية الهندسية التي اساسها ٢

∴ ١ + ٢ = ٣ وهو عدد اولي

وبذلك يكون العدد التام الثاني هو ٣×٢ = ٦ وهذا صحيح .

وبالنسبة للعدد التام الثالث فانه طبقاً للقاعدة التي نحن بشأنهـا يتأتي من الحدود الثلاثة الاولى للمتوالية :

١ + ٢ + ٤ + = ٧ وهو عدد أولي

فيكون ما ساقه العاملي تدليلا على صحة القاعدة الثامنة .

يمكننا باتباع هذه القاعدة أن نحصل على العـدد التام الرابـع من الحدود الخمسة الاولى المتوالية ، هكذ .

١ + ٢ + ٤ + ٨ + ١٦ = ٣١ وهو عدد اولى

إذن فالعدد التام الرابع وهو حاصل ضرب مجموع الحدود في الحد الاخير من هـذه المجموعة = ٣١ × ١٦ = ٤٩٦ وهو عدد تام فعلا

كذلك فأن العدد التام الخامس يجيء من جمع الحدود السبعة الاولي من المتوالية :

١ + ٢ + ٤ + ٨ + ١٦ + ٣٢ + ٦٤ = ١٢٧ وهوعدد اولى

فيكون العدد التام الخامس هو ١٢٧ × ٦٤ = ٨١٢٨ وهوصحيح تماماً

أما العدد التام التالي ـ وهو ما لم يرد في أقوال نيكوماخوس ـ فانـه ينتج = بتطبيـق القاعدة التى ذكرها العاملي ـ من الحدود الثلاثة عشر الاولى من المتوالية :

شرح :

١ + ٢ + ٤ + ٨ + ١٦ + ٣٢ + ٦٤ + ١٢٨ ÷ ٢٥٦ + ٥١٢
+ ١٠٢٤ + ٢٠٤٨ + ٤٠٩٦ = ٨١٩١

وحيث ان هذا المجموع عدد اولي ، فان العدد التام السادس هو :

٨١٩١ × ٤٠٩٦ = ٣٣٥٥٠٣٣٦

وبالمثل فان العدد التام السابع يمكن الحصول عليه من واقع الحدود السبعة عشر الاولى من المتوالية :

١ + ٢ + ٤ + ٨ + ١٦ + ٣٢ + ٦٤ + ١٢٨ + ٢٥٦ + ٥١٢
+ ١٠٢٤ + ٢٠٤٨ + ٤٠٩٦ + ٨١٩٢ + ١٦٣٨٤ + ٣٢٧٦٨ + ٦٥٥٣٦
= ١٣١٠٧١

ولما كان المجموع عدداً أولياً ؛ فانه طبقاً للقاعدة يكون حاصل الضرب : ١٣١٠٧١ × ٦٥٥٣٦ = ٨٥٨٩٨٦٩٠٥٦ عـددا تاماً فالقاعـدة التي اوردها العاملي صحيحـة حتى البلايين على الاقـل .

ومن الملاحظ ان الاعداد التامة (فيما عدا الواحد) أعـداد زوجية ينتهي رقـم الآحاد فيها إما بالرقم ٦ ، وإما بالرقم ٨ .

هـــذا وينسب الى إقليدس أنـــه قد أثبت في كتابه « الاصول » أن التام يكون على الصورة :

$٢^{ن - ١} (٢^{ن} - ١)$

طالما كان المقدار ($٢^{ن}$ - ١) عددا اولياً .

وقد أمكن - حتى الآن - الوقوف على ١٢ عدداً تاماً تنشأ من قيم ن التالية :

ن = ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ١٣ ، ١٧ ، ١٩ ، ٦١ ، ١٠٧ ، ١٢٧ ، ٢٥٧

كذلك فقد امكن باستخدام الحاسبات الالكترونية أضافة خمسة أعداد أخرى .

هذا ونود أن نشير هنا إلى أن قاعدة إيجاد الاعداد التامة التي أشار اليها العاملي قـد سبقة اليها « نيقوماخس الجاراسيني » في مؤلفه « كتاب المدخل ألي علم العـدد » الذى ترجـه ثابت بن قره ، وعنى بنشره وتصحيحه الاب ولهلم كوتش اليسوعى (المطبعة الكاثوليكية بيروت سنة ١٩٥٨) ، وفيه يورد نقيوماخس هذه القاعدة في الصفحة ٣٩ من ترجمـة ثابت بن قره كما يلي :

التاسعة :

اذا اردت تحصيل مجذور يكون نسبته الى جذره كنسبة عدد معين الى آخر :
فاقسم الاول على الثاني ، فمجذور الخارج هو العدد .

مثالها :

مجذور نسبته الى جذره كنسبة الاثنى عشر الى الاربعة :

فالجواب ـ بعد قسمة الاثنى عشر على الاربعة ـ تسعة ، ولو قيل كنسبة الاثنى عشر الى التسعة ، فالجواب واحد وسبعة اتساع ، لأن جذره واحد وثلث .

« والوجه فيه على ما أصف ينبغي إذا اردنا ذلك ان نضع أزواج الازواج المتوالية المبتدية من الواحد في سطر واحد حتى ينتهي منها حيث اردنا ، ثم نجمع تلك الاعداد ونزيدها بعضها على بعض واحداً واحداً على تواليها وكلما زدنا واحداً منها نظرنا إلى العدد المجتمع من الاعداد أي عدد هو ، فان نحن وجدناه من الاعداد الاول التي ليست مركبة ضربناه في آخر الاعداد التي جمعت ، فما اجتمع فهو ابداً عدو تام ، وان نحن لم نجد العدد الذي كان اجتمع من جمع ازواج الازواج عدداً اولا لكن ثانياً مركباً لم نضربه في شيء ، لكنا نزيد عليه العدد الذي يتلو الاعداد التي قد جمعنا من ازواج الازواج ، ثم ننظر إلى حال العدد الذي اجتمع لنا ، فان وجدناه ثانياً مركباً لم نضربه في شيء ، وتجاوزنا ذلك إلى ما بعده فان وجدنا اولا غير مركب ضربناه في آخر الاعداد التي كنا جمعنا ، فما اجتمع فهو ابداً عدد تام واذا انت فعلت مثل ذلك دائماً تولدت الاعداد التامه كلها على الولا من غير ان يشذ عنك شيء منها . »

شرح :

يمكن التعبير عن القاعدة التاسعة رياضياً على الوجه التالي :

$$\text{اذا كان} \quad \frac{ع}{\sqrt{ع}} = \frac{م}{ن} \quad ، \quad ع = \left(\frac{م}{ن}\right)^{٢}$$

وهذا صحيح ، حيث أنه بتربيع طرفي المعادلة (ويعبر عن المربع في هذا النص بالجذور) نحصل على النتيجة وهي : $ع = (م/ن)^{٢}$.

العاشرة :

كل عدد ضرب في آخر ، ثم قسم عليه ، وضرب الحاصل في الخارج ، حصل مساوى مربع ذلك العدد .

مثالها :

ضربنا مضروب التسعة في الثلاثة فى الخارج من قسمتها عليها [1] ، حصل واحد [1] وثمانون :

ففي المثال الاول الذي قدمه العاملي لهذه القاعدة نجد أن :

$$\frac{ع}{\sqrt{ع}} = \frac{١٢}{٤} = ٣ \quad ∴ \quad ع = ٣^{٢} = ٩$$

وفي المثال الثاني :

$$\frac{ع}{\sqrt{ع}} = \frac{١٢}{٩} = ١\frac{١}{٣} \quad ، \quad ع = \left(\frac{٤}{٣}\right)^{٢} = \frac{١٦}{٩} = ١\frac{٧}{٩}$$

(١) في المخطوط ٣ ١٧ : عليه .

(٢) في المخطوط ١٢٥٣ : أحد .

شرح :

لنرمز في القاعدة العاشرة للعددين بالرمزين م ، ن

∴ الحاصل (وهو ماينتج من ضرب م × ن) = م × ن

والخارج (أي الخارج من قسمة م على ن) = م/ن

فبضرب الحاصل فى الخارج نحصل على :

$$(م \times ن) \times م/ن = م^{٢}$$

أي مربع العدد الاول م وصحته واضحة .

أما المثال ففيه الحاصل : ٩ × ٣

والخارج : ٩/٣

وبضرب الحاصل في الخارج ، نحصل على $٩^{٢} = ٨١$.

الحادية عشر

التفاضل بين كل مربعين يساوي مضروب جذريها في تفاضل الجذرين .

مثالها : التفاضل بين ستة عشر ، وستة وثلاثين ، عشرون[١] ، وجذراها[٢] عشرة ، وتفاضلهما اثنان .

الثانية عشر

ل عددين قسم كل منهما على الآخر ، وضرب احـد الخارجـين في الآخر ، فالحاصل واحد أبداً .

مثالا :

الخارج من قسمـة الاثنى عشر على الثمانية ، واحـــد ونصف ، وبالعكس ثلثان ، ومسطحهما واحد .

---

(١) في المخطوط ١٧٧٣ : جذرها . (٢) في المخطوط ١٢٥٣ : عشرين .

وفي المخطوط ١٢٥٣ : جذريها .

شرح :

تمثل القاعدة الحادية عشر بالمعادلة :

$$(\text{م}^{٢} - \text{ن}^{٢}) = (\text{م} + \text{ن}) (\text{م} - \text{ن})$$

وكلمة التفاضل في النص تعنى الفرق او حاصل الطرح

وتدل هذه القاعدة ـ وهي صحيحة تماماً ـ علي وقوف العلماء العرب علي فكرة فك الاقواس المشتملة على المجهولات .

والمثال الذي اورده العاملي لهذه القاعدة هو :

$$\text{م}^{٢} = ٣٦ = ٦^{٢} \quad ، \quad \text{ن}^{٢} = ١٦ = ٤^{٢}$$

$$\therefore (\text{م}^{٢} - \text{ن}^{٢}) = (٦^{٢} - ٤^{٢})$$

فمجموع الجذرين هو (٦ + ٤) = ١٠

وتفاضل الجذرين هو (٦ - ٤) = ٢

وحاصل ضرب الجذرين (اي مجموع الجذرين) في تفاضلهما (الفرق بينهما) هو ١٠ × ٢ = ٢٠ وهو نفسه الفرق بين المربعين .

شرح :

في هذه القاعدة الاخيرة يقول العاملي بأن أي كسر يضرب في مقلوبه فالنتيجة ابدا هي الواحد الصحيح .

فبفرض العددين م ، ن ، وبقسمة كل منها على الآخر نحصل على خارجي القسمة ن/م ، ن/٢ . وبضرب أحد هذين الخارجين في الآخر نحصل على ن/م × م/ن — ١ دائماً وهو أمر واضح كل الوضوح .

والمثال المبين النص هو : $\left(\frac{١٢}{٨} \times \frac{٨}{١٢}\right)$ أي $١\frac{١}{٢} \times \frac{٢}{٣} = ١$

فحاصل الضرب (او مسطح الخارجين كما جاء بالنص) يساوي الواحد الصحيح .

الباب العاشر

في مسائل متفرقة بطرق مختلفة

تشحذ ذهن الطالب وتمرنه في استخراج المطالب .

[١] مسئلة

عدد ضوعف وزيد عليه واحد ، وضرب الحاصل في ثلثه ، وزيد عليه اثنان ، وضرب المبلغ في أربعة ، وزيد عليه ثلاثة[١] ، بلغ خمسة وتسعين .

فبالجبر عملنا[٢] ما يجب ، فانتهى الى اربعة وعشرين شيئاً ، وثلاثة وعشرين عدداً ، تعدل خمسة وتسعين ، وبعد إسقاط المشترك ، فالاشياء تعدل اثنين وسبعين ، وهي الأولى من المفردات ، وخارج القسمة ثلثة ، وهو المطلوب .

وبالخطائين فرضناه اثنين ، فاخطأنا به[٣] باربعة وعشرين ناقصة ، ثم خمسة ، فبثمانية واربعين زايدة ، فالمخطوط الاول ستة وتسعون ، والثاني مائة وعشرون ، قسمناهما على مجموع الخطاين ، خرج ثلاثة ، وبالتحليل نقصنا من الخمسة والتسعين ثلاثة ، وسقنا العمل الى ان قسمنا احداً وعشرين على ثلاثة ، ونقصنا من السبعة واحداً ، ونصفنا الباقى .

---

(١) في المخطوط ١٢٥٣: بثلثة .

(٢) في المخطوط ١٢٥٣: علمنا .

(٣) زائد في المخطوط ١٧٧٣ .

شرح :

في هذه المسألة نفرض العدد المجهول س ، فنحصل ـ طبقا لما ورد بالنص ـ على المعادلة:

$$[(٢ س + ١) \times ٣ + ٢] \times ٤ + ٣ = ٩٥$$

فبالجبر تختصر المعادلة إلى :

$$٢٤ س + ٢٣ \quad = \quad ٩٥$$

وباسقاط المشترك :

$$٢٤ س = ٧٢ \qquad س = ٣$$

[٢] مسئلة

ان قيل اقسم العشرة بقسمين ، يكون الفضل بينهما خمسة ، فبالجبر تفرض الاقل شيئاً، فالاكثر شيء وخمسة ، ومجموعها شيئان وخمسة تعدل عشرة ، فالشيء بعد المقابلة اثنان ونصف

وبالخطأئين فرضنا الاقل ثلاثة ، فالخطأ الاول واحد ناقص ، ثم اربعة ، فالخطأ الثاني ثلاث ناقصة ، والفضل بين المحفوظين خمسة ، وبين الخطأئين اثنان ، وبالتحليل لما كان الفضل بين قسمي كل عدد ضعف الفضل بين نصفه وبين كل منهما ، فاذا ازدت نصف هذا الفضل على النصف يبلغ[1] سبعة ونصفاً ، او نقصه منه يبقي اثنان ونصف .

وهذه المسألة من النوع الاول من المسائل المفردات التي سبق شرحها في الفصل الثاني من الباب الثامن .

اما حل المسألة بطريق الخطأين فيجري على الوجه التالي :

فالمفروض الاول ف $=$ ٢ ، يكون الخطأ الاول $خ_١$ $=$ $-$ ٢٤

وبالمفروض الثاني ف $=$ ٥ ، يكون الخطأ الثاني $خ_٢$ $=$ $+$ ٤٨

∴ المحفوظ الاول $=$ ف . خ $=$ ٩٦

، المحفوظ الثاني $=$ ف . خ $=$ $-$ ١٢٠

ويكون العدد المطلوب $= \frac{٩٦ + ١٢٠}{٤٨ + ٢٤} = \frac{٢١٦}{٧٢} = ٣$

اما الطريقة الثالثة وهي طريقة التحليل او العمل بالعكس فهي واضحة لا تحتاج الى شرح .

(١) في المخطوط ٢٥٣ : بلغ .

شرح :

في هذه المسألة ـ وهي ايضاً من النوع الاول من المسائل المفردات ـ يفرض العدد الاصغر س ، فيكون العدد الاكبر (س + ٥) .

ولما كان مجموع العددين عشرة ، حصلنا على المعادلة :

س + (س + ٥) $=$ ١٠

اي ٢ س + ٥ $=$ ١٠ (شيئان وخمسة تعدل عشرة)

وبالمقابلة ٢ س $=$ ٥

وبالتالي س $=$ ٢ $\frac{١}{٢}$

[٣] مسئلة :

مال زدنا عليه خمسة وخمسة دراهم ، ونقصنا من المبلغ ثلثه وخمسة دراهم ، لم يبق شيء .

فبالجبر افرض المال شيئاً ، [وزد عليه خمسه وخمسة دراهم ، يصير شيئاً وخمس شيئاً وخمس شيء وخمسة دراهم[١] ثم] انقص من شيء وخمس شيء وخمسة دراهم [٢] ثلثها ، يبقى أربعة اخماس شيء ، وثلثه دراهم وثلث ، واذا نقصت منه خمسة لم يبق شيء ، فهو معادل الخمسة ، وبعد اسقاط المشترك اربعة اخماس (شيء يعدل درهماً وثلثين ، فاقسم واحداً وثلثين على اربعة اخماس[٣] ، يخرج اثنان ونصف سدس ، وهو المطلوب .

وبالخطأين فرضناه خمسة ، فالخطأ الاول اثنان وثلث زائد ، او اثنين ، فالخطأ الثاني ثلث خمس ناقص ، فالمحفوظ الاول ثلث ، والثاني اربعة وثلثان ، والخارج من قسمة مجموعها على مجموع الخطأين ـ اعني اثنين وثلثاً وثلث خمس ، اي اثنان وخمسان ـ اثنان ونصف (و)[٤] سدس ، وبالتحليل خذ الخمسة التي لا يبقى بعد القائها شيء[٥] ، وزد عليها نصفها لأنه الثلث المنقوص ، ثم انقص من المجتمع الخمسة ، ومن الباقي سدسه[٦] اذ هو خمس مزيد .

وبحساب الخطاين يكون الحل كما يلي :

نفرض العدد الاصغر $ف_١ = ٣$ ∴ الخطا الاول $خ_١ = -١$

ثم نفرض العدد الاصغر $ف_٢ = ٤$ فيكون الخطأ الثاني $خ_٢ = -٣$

∴ المخطوط الاول $= ف_١ . خ_٢ = ٣ \times (-٣) = -٩$

، المخطوط الثاني $= ف_٢ . خ_١ = ٤ \times (-١) = -٤$

بذلك نحصل على العدد الاصغر $= \frac{٩ - ٤}{٣ - ١} = \frac{٥}{٢} = ٢ \frac{١}{٢}$

ويكون العدد الاكبر $= ٥ + ٢ \frac{١}{٢} = ٧ \frac{١}{٢}$

(١) ناقصة في المخطوط ٧٥٣ .
(٢) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ .
(٣) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ .
(٤) زائدة في المخطوط ١٧٧٣ وهو تحريف .
(٥) ناقصة في المخطوط ٧٥٣ .
(٦) في المخطوط ٧٥٣ سدس .

شرح :

بفرض المال س يكون المقابل التحليلي للمسأله هو :

$$\left[\text{س} + \frac{1}{5}\text{س} + 5\right] \times \frac{2}{3} - 5 = \text{صفراً}$$

$$\frac{4}{5}\text{س} + 3\frac{1}{3} = 5$$

وبالمقابة ـ اي باسقاط المشترك من طرفي المعادلة ـ نحصل على :

$$\frac{4}{5}\text{س} = 1\frac{2}{3} \text{ ، } \text{س} = \frac{1\frac{2}{3}}{\frac{4}{5}} = \frac{25}{12} = 2\frac{1}{12}$$

والحل بطريق « حساب الخطأين » كما يلي :

بالمفروض الاول $\text{ف}_1 = 5$ يكون الخطأ الاول $\text{خ}_1 = 2\ {}^1/_3$

وبالمفروض الثاني $\text{ف}_2 = 2$ يصبح الخطأ الثاني $\text{خ}_2 = -\ 1/15$ (اي ثلث خمس ناقص)

$$\text{فالمخطوط الاول } \text{ف}_1\text{خ}_2 = 5 \times \left(-\frac{1}{15}\right) = -\frac{1}{3}$$

$$\text{والمخطوط الثاني } \text{ف}_2\text{خ}_1 = 2 \times 2\frac{1}{3} = 4\frac{2}{3}$$

$$\text{فيكون المال} = \frac{\frac{1}{3} + 4\frac{2}{3}}{\frac{1}{15} + 2\frac{1}{3}} = \frac{5}{2\frac{2}{5}} = \frac{52}{25} = 2\frac{1}{12}$$

أما طريق التحليل فهو في غير حاجة الى توضيح .

[٤] مسئلة :

حوض ارسل فيه اربعة انابيب ، تملأه[1] احدها في يوم ، والباقي[2] بزيادة يوم ، ففي كم يمتلىء .

فبالاربعة المتناسبة لا ريب ان الاربع تملأ في يوم مثلي الحوض ونصف سدسه[3] ، فالنسبة بينها كنسبة الزمان المطلوب الى الحوض ، فالمجهول احد الوسطين ، فانسب واحداً الى اثنين ونصف سدس ، بخمسين وخمسي خمس ، اذ المنسوب اليه خمسة وعشرون (و)[4] نصف سدس ، والمنسوب اثنا عشر نصف سدس .

وبوجه آخر الاربعة[5] تملأ في يوم حوضاً هو خمسة وعشرون جزءاً مما به الاول اثنا عشر جزءاً[6] ، وامتلاء كل جزء في جزء من اليوم ، فيمتلىء الاول في اثنى عشر جزءاً من خمسة وعشرين جزءاً من يوم .

فان قيل واطلق ايضاً في أسفله بالوعة تفرغه في ثمانية ايام ، فلا ريب ان (الانبوبة الرابعة[7] تملأ حينئذ في يوم ثمن حوض ، فالاربع تملأ فيه مثل ذلك الحوض ، وثلثة وعشرين جزءاً من اربعة وعشرين جزءاً منه ، فنسبة يوم واحد الى ذلك كنسبة الزمان المطلوب الى الحوض ، فانسب مسطح الطرفين الى الوسط بأربعة وعشرين جزءاً من سبعة واربعين

---

(١) الهاء ناقصة في المخطوطين ٧٥٣ : ١٧٧٣ .

(٢) في المخطوط ٧٥٣ : البواقي .

(٣) في المخطوط ٧٥٣ : سدس .

(٤) زائدة في المخطوطين ٧٥٣ ، ١٧٧٣ .

(٥) في المخطوط ٧٥٣ : الاربع .

(٦) ناقصة في المخطوطين ٧٥٣ ، ١٧٧٣ .

(٧) في المخطوط ١٧٧٣ : البالوعة الواقعة ، وفي المخطوط ١٢٥٣ : البالوعة .

شرح :

في المسألة الرابعة تكون كمية المياه التي تتدفق من كل انبوب في اليوم الواحد كما يلي :

الانبوب الاول = ١ حوضاً

الانبوب الثاني = ٢/١ حوض

جزءاً (٧) من يوم ، وعلى الوجه الآخر الاربع تملأ في يوم حوضاً هو سبعة وأربعـون جزءاً مما به ، الاول اربعة وعشرون ، والباقي ظاهر .

الانبوب الثالث = ١/٣ حوض

الانبوب الرابع = ١/٤ حوض

فتكون الكمية الكلية المتدفقة من الانابيب الاربع في اليوم الواحد = ١/١٢ ٢حوضاً فبطريق الاربعة المتناسبة :

$$\frac{\text{الزمان المطلوب}}{\text{١ حوض}} = \frac{\text{١ يوم}}{\frac{٢٥}{١٢}\text{ حوضاً}}$$

فيكون الزمان المطلوب لملء الحوض بارسال الانابيب الاربعة فيه في وقت واحد :

$$\frac{١}{٥} \times \frac{٢}{٥} + \frac{٢}{٥} = \frac{٢}{٢٥} + \frac{١٠}{٢٥} = \frac{١٢}{٢٥} = \frac{١}{\frac{٢٥}{١٢}}$$

(اي خمسين وخمسي خمس كما جاء بالنص) .

(٧) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ .

شرح :

الجزء الثاني من المسألة يدخل في الاعتبار وجود بالوعة تفرغ كل ما في الحوض في ٨ ايام ، وبالتالي يكون تصرف البالوعة = ١/٨ حوض يومياً ، ومعنى ذلك ان الانبوبة الرابعة بينما تملأ في اليوم الواحد ١/٤ الحوض ، فانه نتيجة تصريف البالوعة ، يكون صافي مـــلء الانبوبة الرابعة في اليوم هو ١/٨ حوض فقط .

واذا اضيف تأثير عمل الانابيب الثلاثة الاخرى تكون كمية التدفق من الانابيب الاربع – مع وجود البالوعة – هي :

$$\frac{٤٧}{٢٤}\text{ حوضاً} = ١\frac{٢٣}{٢٤} = (\frac{١}{٨} - \frac{١}{٤}) + \frac{١}{٣} + \frac{١}{٢} + ١$$

[٥] مسئلة :

سمكة ثلثها في الطين ، وربعها في الماء ، والخارج [1] منها ثلاثة اشبار كم اشبارها .

فبالأربعة المتناسبة اسقط الكسرين من مخرجهما ، يبقى خمسة ، فنسبة الاثني عشر اليها كنسبة المجهول الى الثلاثة ، والخارج من قسمة مسطح الطرفين على الوسط المعلوم [2] سبعة وخمس وهو المطلوب .

وبالجبر ظاهر لأنك تعادل شيئاً القى منه [3] ثلثه وربعه ـ أعني ربع شيء وسدسيه[4] ـ بثلاثة ، ثم تقسمها على الكسر ، يخرج ما مر .

وبالخطأين أظهر لانك تفرضها [5] اثني عشر ، ثم أربعة وعشرين ، فيكون الفضل بين المحفوظين ستة وثلاثين ، وبين الخطأين خمسة ، وبالتحليل تزيد على الثلاثة مثلها وخمسيها ، لان الثلث والربع من كل عدد يساوي ما بقي وخمسيه ، وقس على ذلك أمثاله .

تنظر النسبة بين الكسور الملقاة ، وبين ما بقي من المخرج المشترك ، وتزيد على العدد الذي اعطاه السائل بمقتضى تلك النسبة ، وهذا العمل الاخير من خواص هذه الرسالة .

وبالاربعة المتناسبة :

$$\frac{\text{١ يوم}}{\text{٢٤/٤٧ حوضاً}} = \frac{\text{الزمان المطلوب}}{\text{١ حوض}}$$

∴ الزمان المطلوب لملء الحوض ـ مع تفريغ البالوعة ـ هو ٢٤/٤٧ من اليـــوم . كذلك فان الانابيب الاربـع تملأ في اليوم الواحد ـ مع وجود البالوعة التي تفرغه بمعدل ١/٨ حوض في اليوم ـ حوضاً سعته ٢٤/٤٧ من سعة الحوض موضوع المسألة .

(١) في المخطوط ١٢٥٣ : الباقي .
(٢) في المخطط ٧٥٣ : المعلومة .
(٣) ناقصة في المخطط ٧٥٣ .
(٤) وردت في المخطوطات سدسه ، وصحتهاسدسيه طبقا للمعطيات وتفصيلات الحل .
(٥) في المخطوطين ٧٥٣ ، ١٢٥٣ : تفرضها

شرح :

في المسألة الخامسة يقدم العاملي ثلاث طرق للحل :

[٦] مسئلة :

رجلان حضرا بيع دابة ، فقال أحدهما للآخر ان اعطيتني ثلث ما معك على ما معي تم لي ثمنها ، وقال للاخر ان اعطيتني ربـع ما معك على ما معي ، تم لي ثمنها ، فكم مع كل منهما ، وكم الثمن .

بالاربعة المتناسبة : يكون المخرج المشترك للكسرين (الثلث والربع) هو ١٢ .

وباسقاط الكسرين من مخرجهما يبقى خمسة ، اي انه اذا اعتبر طول السمكة ١٢ يكون مجموع ثلثها وربعها سبعة ، فيكون الجزء الخارج من السمكة ٥ ، ولكن القيمة الحقيقيـة لهذا الجزء هو ثلاثة أشبار .

∴ $\frac{\text{طول السمكة}}{١٢} = \frac{٣}{٥}$

طول السمكة $= \frac{١٢ \times ٣}{٥} = \frac{٣٦}{٥} = ٧ \frac{١}{٥}$ شبراً

أما بطريق الجبر فيفرض السمكة س ∴ س − ١/٣س − ١/٤س = ٣

٥/١٢س = ٣

∴ س $= \frac{١٢ \times ٣}{٥} = ٧ \frac{١}{٥}$ شبراً

وبطريق الخأين نفرض طول السمكة مرة ١٢ شبراً ، ومرة ثانية ٢٤ شبراً ، فينشأ عن الفرض الاول خطأ قدره + ٢ وعن الفرض الثاني + ٧ .

ويكون المحفوظ الاول = المفروض الاول × الخطأ الثاني = ١٢×٧ = ٨٤

والمحفوظ الثاني = المفروض الثاني × الخطأ الاول = ٢٤×٢ = ٤٨

وبذلك يكون طول السمكة $\frac{\text{الفرق بين المحفوظين}}{\text{الفرق بين الخطأين}}$ (حيث ان الخطأين بنفس الاشارة)

$= \frac{٣٦}{٥} = ٧ \frac{١}{٥}$ شبراً

فبالجبر تفرض ما مع الاول شيئاً وما مع الثاني ثلاثة لاجل الثلث ، فان أخذ الاول منها درهماً كان معه شيء ودرهم ، وهو الثمن ، وان اخذ الثاني ما قاله كان معه ثلاثة دراهم وربع شيء ، تعدل شيئا ودرهما ، وبعد المقابلة درهمان يعدلان ثلاثة ارباع شيء ، فالشيء درهمان وثلثان ، ومع الثاني الثلاثة المذكورة ، فالثمن ثلاثة دراهم وثلثا درهم ، فاذا صححت الكسور كان مع الاول ثمانية ، ومع الثاني تسعة ، والثمن احد عشر درهماً .

وهذه المسئلة سيالة ، ولاستخراجها وأمثالها طريق سهل ليس من الطرق المشهورة ، وهو ان تنقص من مسطح مخرجي الكسرين واحداً أبداً يبقى ثمن الدابة ، ثم احد الكسرين يبقي ما مع احدهما ، ثم الآخر يبقي ما مع الآخر ، ففي المثال تنقض من اثنى عشر واحداً ثم اربعة ، ، ثم ثلاثة ، ليبقي كل[1] من المجهولات الثلاث [2] .

---

(١) ناقصة في المخطط ١٢٥٣ .

(٢) في المخطوط ١٢٥٣ : الثلاثة .

شرح :

هذا النوع من المسائل أطلق عليه العرب اسم المسائل السيالة ، أي المسائل التي ليست لها اجابة وحيدة ، بل تصح لها عدة اجوبة ، ولبيان ما

نقصد سنرمز لما مع الرجل الاول بالحرف س ولما مع الرجل الثاني بالحرف ص .

$$\therefore \quad س + ١/٣ \; ص = ١/٤ \; س + ص$$

$$\text{وبالجبر} \quad ٣/٤ \; س = ٢/٣ \; ص$$

$$\text{وبتصحيح الكسور} \quad ٩ \; س = ٨ \; ص$$

$$\text{أي ان} \quad \frac{س}{ص} = \frac{٨}{٩}$$

واضح من هذه النتيجة ان الاجابة من على المسألة تحدد فقط النسبة بين ما مع الاول الى ما مع الثاني على انها ٨ : ٩ ، وبالتالي يمكن ان يكون مع الاول ثمانية دراهم ، فيلزم ان يكون مع الثاني تسعة دراهم ، ولكن من الممكن ان يكون مع الاول اي مبلغ طالما انه سيكون مع الثاني ٩/٨ هذا المبلغ ، وبذلك يكون لمثل هذه المسألة عدد لا نهائي من الحلول ، ومن ثم جاءت تسميتها بالسيالة .

[٧] مسئلة :

ثلاثة اقداح مملوة ، احدها باربعة ارطال عسلا ، والآخر بخمسة خلا ، والاخر بتسعة ماءاً ، صبت في اناء واحـد ، ومـزجت سكنجبيناً ، ثـم ملئت الاقداح منه ، فـكم في كل من كل .

فاجمع الاوزان ، واحفظ المجتمع ، واضرب ما في كل قدح من الاوزان الثلاثه في كل واحد منها ، واقسم الحاصل على المحفوظ ، فالخارج ما فيه من النوع المضروب فيه ، فتضرب الاربعة في نفسها ، وتقسم كما مر ، ففي الرباعي ثمانية اتساع رطـل عسلا ، ثم في الخمسة كذلك ، فيه رطل وتسع خلا ، ثم في التسعة كذلك ففيه رطلان ماء ، والكل اربعة ، ثـم تضرب الخمسة في نفسها ، والاربعة والتسعة ، وتعمل ما مر ، يكن في الخماسي رطل وثلاثة اتساع ونصف تسع خلا ، ورطل تسع عسلا ورطلان ونصف ماء ، والكل خمسة ، ثم تفعل ذلك بالتسعة ، يكن في التساعي رطلان عسلا ، ورطلان ونصف خلا ، واربعة ارطال ونصف ماء ، والكل تسعة .

ولقد فرض العاملي ـ في حله ـ ان ما مع الاول س ، وما مع الثاني ثلاثة دراهـم (لتقبل القسمة على ثلاثة) ، فحصل على المعادلة :

س + ١ = ٣ + ١/٤ س

وبالمقابلة : ٣/٤ س = ٢ ∴ س = ٨/٣ = ٢ ٢/٣ درهماً

ويكون الثمن ٣ ٢/٣ درهما

وبتصحيح الكسور يكون مع الاول ٨ ، ومع الثاني ٩ ، ويكون الثمن ١١ درهما . ومن الواضح ان هـــذا الحل ما هو إلا حـل واحد فقط من العـدد غير المحدود من الحلول الممكنة .

شرح :

في حل المسألة نجد ان مجموع اوزن العسل والخل والماء هو ١٨ رطلا ، وعنـد صبها في اناء واحد يتم مزجها وتصبح متجـانسة بحيث انه عنـد إعادة تفريغها في الاقـداح بنفس الاوزان الاصلية ، يكون وزن كل من السوائل الثلاث في أي من الاقداح بنسبة ٤ : ٥ : ٩ ، ويكون الوزن الفعلي لاي من هذه السوائل بحسب سعة القدح بالنسبة لمجموع الاوزان وتفصيل ذلك على النحو التالي :

[٨] مسئلة

قيل لشخص كم مضى من الليل ، فقال ثلث ما مضى يساوي ربع ما بقي ، فكم مضي وكم بقي .

فبالجبر افرض الماضي شيئاً ، فالباقي اثنا عشر الا شيئا ، فثلث الماضى يعدل ثلاثة الا ربع شيء ، وبعد الجبر ثلث الماضي وربعه يعدل ثلاثة ، فالخارج من القسمة خمسة وسبع ، وهو الساعات الماضية . والباقية ست وست اسباع ساعة .

نصيب القدح الأول من العسل $= \frac{٤}{١٨} \times ٤ = \frac{٨}{٩}$ رطلا

نصيب القدح الاول من الخل $= \frac{٤}{١٨} \times ٥ = ١\frac{١}{٩}$ رطلاً

نصيب القدح الاول من الماء $= \frac{٤}{١٨} \times ٩ = ٢$ رطلاً

} ٤ أرطال

وبالمثل نصيب القدح الثاني من العسل $= \frac{٥}{١٨} \times ٤ = ١\frac{١}{٩}$ رطلاً

وبالمثل نصيب القدح الثاني من الخل $= \frac{٥}{١٨} \times ٥ = ١\frac{٧}{١٨}$ رطلاً

وبالمثل نصيب القدح الثاني من الماء $= \frac{٥}{١٨} \times ٩ = ٢\frac{١}{٢}$ رطلاً

} ٥ أرطال

كذلك نصيب القدح الثالث من العسل $= \frac{٩}{١٨} \times ٤ = ٢$ رطلا

كذلك نصيب القدح الثالث من الخل $= \frac{٩}{١٨} \times ٥ = ٢\frac{١}{٢}$ رطلاً

كذلك نصيب القدح الثالث من الماء $= \frac{٩}{١٨} \times ٩ = ٤\frac{١}{٢}$ رطلاً

} ٩ أرطال

ومن الواضح ان اوزان المزيج في الاقداح الثلاثة هي ٤ ، ٥ ، ٩ رطلا من التوالي .

وبالاربعة المتناسبة اجعل الماضي شيئاً ، والباقي اربع ساعات لاجل الربع ، فثلث الشيء يساوي ساعة ، فالشيء الماضي[1] ثلاث ساعات ، والكل سبعة ، فنسبة الثلاثة الى السبعة كنسبة المجهول الى اثنى عشر ، فاقسم مسطح الطرفين على الوسط ، يخرج خمسة وسبع .

---

(١) ناقصة في المخطوط ١٧٧٣ .

شرح :

في المسألة الثانية فرض ما مضي من الليل س ، فيكون الباقي (١٢ ـ س) ساعة وحسب النص يكون :

١/٣ س = ١/٤ (١٢ س) (ثلث الماضي يعدل الا ربع شي)

وبالجبر : (١/٣ + ١/٤) س = ٣ (ثلث الماضي وربعه يعدل ثلاثة)

∴ ٧/١٢ س = ٣ ٢ س = ٣٦/٧ = ٥ ١/٧ ساعة

∴ ما مضي من الليل = ١٥/٧ ساعة

وما بقي منه = ٦٦/٧ ساعة

هذا وقد اورد العاملي حلا المسألة ـ بطريق الاربعة المتناسبة ـ بان فرض ما مضي من الليل س ، وما بقي أربع ساعات (لتقبل القسمة على اربعة)

فحسب هذا الفرض يكون ١/٣ س = ساعة واحدة

ويكون ما مضي من اليل ٣ ساعات

بهذا الاسلوب اوجد العاملي النسبة بين ما مضي من الليل الى ما بقي منة على انها ٣ : ٤ ، فيكون مجموع ساعات الليل ـ حسب هذا الافتراض ـ سبع ساعات ، ولما كان مجموع الساعات في الواقع هو اثني عشر ، فبالتناسب نحصل على :

$$\frac{\text{ما مضى من الليل}}{\text{طول الليل}} = \frac{٣}{٧} = \frac{\text{س}}{١٢}$$

(نسبة الثلاثة الي السبعة كنسبة المجهول الى اثنى عشر)

∴ ٧ س = ٣ × ١٢ ، $\text{س} = \frac{٣٦}{٧} = ٥\frac{١}{٧}$ ساعة كما تقدم

[٩] مسئلة :

رمح مركوز في حوض ، والخارج عن الماء منه خمسة اذرع ، فمال مع ثبات طرفه حتى لاقى رأسه سطح الماء ، فكان البعد بين مطلعة من الماء ، وموضع ملاقات رأسه له [١] عشرة اذرع ، كم طول الرمح .

فبالجبر تفرض الغائب في الماء شيئا ، فالرمح خمسة وشيء ، ولا ريب ان بعد الميل وتر زاوية [٢] قائمة احد ضلعيها العشرة الاذرع ، والآخر قدر الغايب منه ، اعني الشيء ، فمربع الرمح – اعني خمسة وعشرين ومالا وعشرة اشياء – مساو لمربعي العشرة والشيء ، اعني مائة ومالا يشكل العروس ، وبعد اسقاط المشترك يبقى عشرة اشياء معادلة لخمسة وسبعين ، والخارج من القسمة سبعة ونصف ، وهو القدر الغايب في الماء ، فالرمح اثنا عشر ذراعاً ونصف .

ولاستخراج هذه المسئلة ونظائرها طرق اخرى ، تطلب مع براهينها من كتابنا الكبير وفقنا الله تعالى لاتمامه .

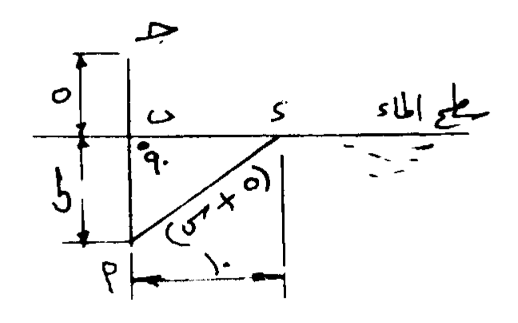
---

(١) ناقصة في المخطوط ١٧٧٣ :

(٢) ناقصة في المخطوطين ٧٥٣ ، ١٧٧٣ .

شرح :

في المسألة التاسعة نفرض القدر الغائب في الماء
والرمح مركوز في الحوض شيئا أي س
فيكون طول الرمح = (٥+س) ذراعاً
ويتضح من شكل (١٧) انه بالنسبة للمثلث القائم الزاوية ا ب د .



شكل (١٧) – مسألة الرمح المركوز في الحوض

(٥ + س)^{٢} = ١٠^{٢} + س^{٢}

٢٥ + س^{٢} + ١٠ س = ١٠٠ + س^{٢} (خمسة وعشرون ومال وعشره أشياء تعـدل مائة ومالاً)

وباسقاط المشترك : ١٠ س = ٧٥

∴ س = ٧٫٥ ذراعاً العقد الغائب في الماء

ويكون طول الرمح = ٧٫٥ + ٥ = ١٢٫٥ ذراعاً

خاتمة

قد وقع للحكماء الراسخين في هذا الفن مسائل صرفوا في حلها افكارهم ، ووجهوا الى استخراجها أنظارهم ، وتوصلوا الى كشف نقابها بكل حيلة ، وتوسلوا الى رفع حجابها بكل وسيلة ، فما استطاعوا اليها سبيلا ، وما وجدوا عليها مرشداً ودليلا . فهي باقية على عدم الانحلال من قديم الزمان ، مستصعبة على سائر الأذهان ، الى هذا الآن .

وقد ذكر علماء هذا الفن بعضها في مصنفاتهم ، وأوردوا شطراً منها في مؤلفاتهم تحقيقاً لاشتمال هذا الفن على المستصعبات الآبيات ، وافحاماً لمن يدعي عدم العجز في الحسابيات ، وتحذيراً للمحاسبين من التزام الجواب عما يورد عليهم منها ، وحثاً لأصحاب الطبايع الوقادة على حلها والكشف عنها .

وأنا أوردت في هذه الرسالة سبعة منها على سبيل الانموذج ، اقتداءً بمنارهم ، واقتفاءً لآثارهم ، (وهي هذه)[1] :

الاولى :

عشرة مقسومة بقسمين ، اذا زيد على كل [2] جذره ، وضرب المجتمع في المجتمع ، حصل عدد مفروض .

---

(١) ناقصه في المخطط ١٢٥٣ .

شرح :

يختتم بهاءالدين العاملي كتابه بذكر سبعة من المسائل التي لم يوجد لها حل على عصره ، وذلك على سبيل المثال ، نقدمها بصيغها الرمزية فيما يلي :

(٢) ناقصة في المخطوط ١٧٧٣ .

شرح :

نفرض ـ في هذه المستصعبة الاولى ـ أحد قسمي العشرة : س^{٢}

فيكون القسم الآخر : (١٠ ـ س^{٢})

بذلك نحصل ـ طبقاً لنص المسألة ـ على المعادلة :

(س^{٢} + س) [(١٠ ـ س^{٢}) + $\sqrt{\text{(١٠ ـ س}^{٢}\text{)}}$] = ح حيث ح العدد المفروض

أي أن : س^{٤} + س^{٣} ـ ١٠ س^{٢} ـ ١٠ س + ح = (س^{٢} + س) $\sqrt{\text{١٠ ـ س}^{٢}}$

الثانية :

مجذور ان زدنا عليه عشرة ، كان المجتمع (١) جذر ، او نقصناها منه ، كان الباقي(٢) جذر .

ومن الواضح ان صعوبة الحل تكمن في أن المعادلة من الدرجة الرابعة .

هذا ومن المعروف ان ابا الوفاء البوزجاني (٩٤٠ - ٩٩٨م) قـــد حل - بطريقة هندسية - المعادلة :

$$س^{٤} + ب\ س^{٣} = هـ$$

(عن كتاب البوزجاني : « استخراج ضلع المكعب بمال مال وما ترتب منهما »)

كما أنه قد تمكن من التوصل الى حلول اخرى تتعلق بالقطع المكافيء .

كذلك فان مؤلفات عمر الخيامي (١٠٤٨/٣٨ - ١١٢٣ م) تشتمل على معـادلة من الدرجة الرابعة هي :

$$(١٠٠ - س^{٢}) (١٠ + س)^{٢} = ٨١٠٠$$

ويضيف الخيامي ان جذر هذه المعادلة ماهو الا نقطة تقاطع الخطين البيانيين :

$س^{٢} + ص^{٢} = ١٠٠$ (ويمثل دائرة نصف قطرها = ١٠)

، $(١٠ + س)ص = ٩٠$ (ويمثل قطعاً زائداً)

وهو حل المعادلة الاصلية : $س^{٤} + ٢٠\ س^{٣} - ٢٠٠٠\ س = ١٩٠٠$

(١) في المخطوطين ٧٥٣ ، ١٢٥٣ : المجتمع جذراً .

(٢) في المخطوطين ١٢٥٣ ، ١٧٧٣ : الباقي جذراً .

شرح :

في هذه المستصعبة الثانية سنرمز للمجذور (أي الذي يمكن جذره ، بمعنى ان يكون له جذر صحيح) بالرمز $س^{٢}$ ، فنحصل - حسب المتن - على المعادلتين :

$$س^{٢} + ١٠ = م_{١}^{٢}$$

$$س^{٢} - ١٠ = م_{٢}^{٢}$$

التـالثة :

اقر لزيد بعشرة الا جذر ما لعمرو ، ولعمرو بخمسة الا جذر ما لزيد .

الرابعة :

عدد مكعب قسم بقسمين مكعبين .

شرح :

حيث $م_1$ ، $م_2$ أعداد صحيحة ، هما جذرا المجتمع من زيادة العشرة او نقصانهـا من الجذور $س^2$ علي التوالي ، س عدد صحيـح أيضاً .

وبجمع المعادلتين نصل الى النتيجة الآتية :

$$٢ س^2 = م_1^2 + م_2^2$$

أي أنه من المحال تقسيم ضعف المربـع الى مربعين ، وهو ما جاء فيما بعـــد في نظرية نسبت للعالم الرياضي الفرنسي « فيرما » ، وسنتناول هذه النظرية بتفصيل اكثر عند الحديث عن المستصعبة الرابعه .

شرح : نفرض ان ما مع عمرو $س^2$ (وذلك حتى يكون جذره س)

∴ ما اقر لزيد = (١٠ - س)

ويكون ما لعمرو = ٥ - $\sqrt{١٠ - س}$

وبذلك نحصل على المعادلة :

ما مع عمرو = $س^2$ = ٥ - $\sqrt{١٠ - س}$

أي ان $\sqrt{١٠ - س}$ = ٥ - $س^2$

وبتربيـع طرفي المعـادلة :

١٠ - س = ٢٥ - ١٠ $س^2$ + $س^4$

∴ $س^4$ - ١٠ $س^2$ + س + ١٥ = صفراً

فهذه المستصعبة تؤدي الى معادلة من الدرجة الرابعة ، ومن هنا جاءت الصعوبة في حلها .

شرح :

هذه المستصعبة الرابعة هي في الواقع أساس ما عرف فيما بعد بمسألة او نظرية « فيرمـا » نسبة الى الرياضي الفرنسي « بيير دي فيرما » (Pierre de Fermat) الذي عاش في الفترة من سنة ١٦٠١ حتى سنة ١٦٦٥ م . ولقد وقعت في يد فيرما نسخة من طبعة جديدة لكتـاب الحساب (Arithmetica) الذي الفه العالم ديوفانتس السكندري Diophantus الذي نبغ حـوالى عـام ٢٥٠ م ، فعلق فيرما على هامش إحـــدى صفحات هذه النسخة ، وذلك حوالي عـام ١٦٣٧ م ، فكتب عبارته الامشية الشهيرة التي عرفت بنظرية فيرما :

« من المحال تقسيم المكعب الى مكعبين ، أو ضعف المربع الي مربعين ، أو بوجه عام تقسيم أية قوة (يقصد أس) أعلى من المربع الى قوتين من نفس الدرجة .

ولقد اكتشفت برهانا جديراً حقاً بالاعتبار ، بيد أن هذا الهامش البـــالغ الصغر لا يتسع لاحتوائه » .

والصورة العامة لهذه المسألة المستحيلة الحل ـ كما نعبر عنها برموزنا الرياضيةالمعاصرة هي:

تكون المعادلة : $س^{ن} + ص^{ن} = ع^{ن}$ مستحيلة الحل طالما ان س ، ص ؛ ع أعداد صحيحة ، وان ن عدد صحيح اكبر من العدد ٢ .

ولقد اثبت فيرما هذه النظرية لقيمة ن = ٤ ، إلا ان البرهان العام لعبارته الامشية لم يتم الكشف عنه الى يومنا هذا .

وجدير بالذكر ان هذه المسألة المستعصية قد ذاع صيتها ، ورصدت جائزة ضخمة لمن يأتي بحل لها ، وقد بذل كثير من الرياضيين الغربيين جهوداً ضخمة لايجاد برهان عام لهـــذه النظرية سواء بالاثبات او بالنفي ولكن دون جدوى .

ومن الواضح ان ملاحظة فيرما الخاصة باستحالة تقسيم المكعب الى مكعبين قـد جـاءت بعد انتهاء بهاء الدين العاملي من كتابة مؤلفه « خلاصة الحساب » ، بل ان هـــذه الملاحظة الامشية لفيرما قد جاءت بعد وفاة العاملي بحوالي خمسة عشر عاما ، وبالتالي فسبق العرب في هذا الموضوع ثابت بين .

كذلك فان ملاحظة فيرما باستحالة تقسيم ضعف المربع الى مربعين ، هي نفسها المستصعبة الثانية التي تقدم ذكرها في هذه الخاتمة ، كذا في المستصعبة السابعه ، ولا جـــدال في سبق العرب الى هذه الاستحالة .

الخامسة :

عشرة مقسومة بقسمين ، إذا قسمنا كلا منها على الآخر ، وجمعنا الخارجين ، كان المجتمع مساوياً لاحد قسمي العشرة .

شرح :

في المستصعبة الخامسة نفرض احد قسمي العشرة س : فيكون القسم الآخر من العشرة (١٠-س) وطبقاً لمنطوق المسألة نحصل على المعادلة :

$$\frac{\text{س}}{\text{١٠ − س}} + \frac{\text{١٠ − س}}{\text{س}} = \text{س او (١٠ − س)}$$

$$\frac{\text{س}^{٢} + (\text{١٠−س})^{٢}}{\text{س (١٠−س)}} = \text{س او (١٠−س)}$$

$$\text{س}^{٢} + (\text{١٠−س})^{٢} = \text{س}^{٢}\ (\text{١٠−س})$$

$$\text{أى أن س}^{٣} - \text{٨ س}^{٢} - \text{٢٠ س} + \text{١٠٠} = \text{صفراً} \qquad (١)$$

وان كان التساوي مع القسم الآخر من العشرة تكون المعادلة هي :

$$\text{س}^{٢} + (\text{١٠−س})^{٢} = \text{س}\ (\text{١٠−س})^{٢}$$

$$\text{أي}\quad \text{س}^{٣} - \text{٢٢س}^{٢} + \text{١٢٠ س} - \text{١٠٠} = \text{صفراً} \qquad (٢)$$

ومن الواضح ان المسألة تؤول الى معادلة من الدرجة الثالثة ـ اما المعادلة (١) أو المعادلة (٢) ـ ومن هنا كان الاستصعاب في حلها .

ولقد كانت هناك محاولات من جانب العلماء العرب لحل معادلة الدرجة الثالثة التي يعبر عنها بالمعادلة العامة :

أ س٣ + ب س٢ + حـ س + د = صفراً وذلك بالطرق الهندسية ـ لا الجبرية ـ بواسطة قطوع المخروط . ومن امثال الرياضيين العرب الذين ساهموا في مثل هذه الحلول أبو عبدالله محمد عيسى الماهاني (توفي سنة ٨٧٤ م) ، وثابت بن قره الحراني (توفي عام ٩٠١م) وأبو جعفر الخازن الخراساني (توفي حوالي سنة ٩٧١ م) ، والحسن بن الهيثم (توفي عام ١٠٣٩ م) ، وعمر الخيامي (توفى بين سنتي ١١٢٣م ، ١١٣٢ م) .

فينسب الى ابي عبد الله محمد عيسى الماهاني معادلة الدرجة الثالثة :

$$س^٣ + د^٢ هـ = ب س^٢$$

وقد عالجها بطريق قطوع المخروط فعرفت باسمه ، وهو الذي تصدى لمسألة قطع الكرة بمستو يقسمها بحيث تكون النسبة بين حجمي جزأيها نسبة معينة :

كذلك سعى علماء العرب لحل المسألة التي تقول :

« كيف تجد ضلع مسبع منتظم على ان يكون إنشاء الضلع من المعادلة .

$$س^٣ - س^٢ - ٢ س + ١ = صفراً$$ »

وقد تمكن ابو الجود محمد بن الليث (المتوفي سنة ٤٠٠ هـ = ١٠٠٩ م) من التوصل الى حل لها بواسطة قطوع المخروط ، واليه ينسب كتاب في بيان كيفية رسم المضلعات المنتظمة: « المسبع والمتسع » .

أما غياث الدين ابو الفتح عمر بن ابراهيم الخيامي فقد تضمنت مؤلفاته حلولا - بطرق هندسية - لعدة صور من معادلة الدرجة الثالثة نوجزها فيما يلي :

(١) المعادلة : $س^٣ + حـ^٢ س = حـ^٢ د$.

وجذرها - حسب قول الخيامي - ينتج من تقاطع الخطين البيانيين :

$$س^٢ = حـ ص$$

$$ص^٢ = س (د - س)$$

(٢) المعادلة : $س^٣ + ب س^٢ = د^٣$ (حيث ب ، د اعداد صحيحة موجبة) .

ويشير عمر الخيامي الى ان جذر هذه المعادلة هو قيمة الاحداثي السيني لنقطة تقاطع الخطين البيانيين :

$$س ص = د^٢$$

$$ص^٣ = د (س + ب)$$

(٣) المعادلة : $س^٣ + ب س^٢ + حـ^٢ س = حـ^٢ د$ (حيث ب، د اعداد صحيحة موجبة)

وهذه اعم صور معادلة الدرجة الثالثه التي تعرض لها الخيامى ، ويعطي جذراً لها قيمة س لنقطة تقاطع الخطين البيانيين :

$$ص^٢ = (س + ب) (د - س)$$

$$س (حـ \pm ص) = حـ د$$

السادسة :

ثلاثة مربعات متناسبة مجموعها مربع .

هذا هو موقف علماء العرب من معادلة الدرجة الثالثة حتى صدر القرن الثاني عشر الميلاد ، ومنه يتبين ان العرب قد نجحوا فى حل صور كثيرة لها بطرق هندسية ، قبل ان يبدأ ظهور الحلول الجبرية لها في القرن الخامس عشر للميلاد .

شرح : نفرض ان المربعات الثلاث هي س^٢ ، ص^٢ ، ع^٢ حيث س ، ص ، ع أعداد صحيحة .

فالمستصعبه السادسة هي :

$$\text{س}^٢ + \text{ص}^٢ + \text{ع}^٢ = \text{م}^٢ \text{ حيث م عدد صحيح}$$

واذا كانت المربعات س^٢ ، ص^٢ ، ع^٢ متناسبة ومساوية للتناسب بين أ ، ب ، حـ ، حيث أ ، ب ، حـ اعداد صحيحة ، فان المعادلة تتحول الى الصورة :

$$\left(\frac{\text{أ}+\text{ب}+\text{حـ}}{\text{أ}}\right) \cdot \text{س}^٢ = \text{م}^٢$$

ولأمكان حل هذه المعادلة (على ان يكون كل من أ ، ب ، حـ ، س ، م عدداً صحيحاً) ، يشترط ان يكون أ + ب حـ /أ مربعاً ، وفي هذه الحالة فهناك حلول خاصة لهذه المعادلة ، مثال ذلك ان تكون النسبة أ : ب حـ مساوية لـ ١ : ٣ : ١٢

$$\text{حيث أن} \quad \frac{\text{أ}+\text{ب}+\text{حـ}}{\text{أ}} = ١٦ = ٤^٢$$

أما إذا قصد بالمربعات المتناسبة تلك التي تكون اضلاعها مثلثاً قائم الزاوية ، فان المستصعبة تتخذ صورة أخرى هي :

م^٢ = س^٢ + ص^٢ + ع^٢ = ٢ س^٢ مثلاً (اذا كانت س وتر المثلث القائم الزاوية ذى الضلعين ص ، ع) أي ان ٢ س^٢ = م^٢

وحيث ان العدد ٢ ليس عدداً مربعاً ، فلذلك يستحيل حل المعادلة باعداد صحيحة لكل من س ، م .

السابعة :

مجذور [1] اذا زيد عليه جذره [2] ودرهمان ، او نقص منه جـذره ودرهمان ، كان للمجتمع [3] او الباقي جذر .

هذا [1] واعلم أيها الاخ العزيز الطالب لنفايس المطالب أني قد اوردت لك في هـــذه الرساله الوجيزة ، بل الجوهرة[2] العزيزة ، من نفايس عرايس قوانين الحساب ، ما لم يجتمـع

---

(١) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ .

(٢) في المخطوط ١٢٥٣ : جذر .

(٣) في المخطوطين ٧٥٣ ، ١٢٥٣ : المجتمع .

(٤) في المخطوطين ٧٥٣ ، ١٢٥٣ : جذراً .

شرح :

في هذه المستصعبة السابعة نفرض المجذور (اي الذي يمكن ايجـاد جذر صحيـح له) $س^2$ (حيث س عدد صحيح)

وبالتالي يمكن التعبير عن المسصعبة بالمعادلتين :

$$س^2 + س + 2 = م_1^2$$

$$س^2 - س - 2 = م_2^2$$

حيث $م_1$ ، $م_2$ عددان صحيحان هما جذراً المجتمع في حالتي الاضــافة والنقصان على التوالي :

وبجمع المعادلتين نحصل على المستصعبة :

$$2 س^2 = م_1^2 + م_2^2$$

اي انه ـ طبقاً لكلام العاملي في هذا المخطوط ـ يستحيـــل تقسيم ضعف المربع الى مربعين ، وهو نفس ماجاء بالمستصعبة الثانية ، وهو سبق على ماورد في الملاحظة الهامشية للعالم الرياضي الفرنسي فيرما ، كما تقدم بيانه في المستصعبتين الثانية والرابعة .

(١) ناقصة في المخطوطين ٧٥٣، ١٢٥٣ . (٢) في المخطوط ١٧٧٣ : الجواهر .

الى الآن في رسالة ولا[3] كتاب ، فاعرف قدرها ، ولا[4] ترخص مهرها ، وامنعها عمن[5] ليس هو[6] أهلها ، ولا تزفها الا[7] الى[8] حريص ، على أن يكون بعلها ، ولا تبذلا للكثيف الطبع من الطلاب ، لئلا تكون معلقاً للدرة في أعناق الكلاب ، فان كثيراً[9] من مطالبها حري بالصيانة والكتمان ، حقيق بالاستتار عن أكثر أهل هذا[10] الزمان ، فاحفظ وصيتي إليك ، والله حفيظ[11] عليك [وينتهي المخطوط ١٢٥٣ بالعبارة التالية :]

« تمت الرسالة بعون الله الملك الغفار في سنة تسعين وألف محرم الحرام »

[ويختتم المخوط ١٧٧٣ الكتاب بالعبارة :]

« تمت الرسالة اللطيفه بتوفيقات الأزلية الشريفة ، وصلى الله على سيدنا محمد وعلى وصحبته وسلم »

[أما المخطوط ٧٥٣ فيستطرد بالتذنيب التالي :]

---

(٣) ناقصة في المخطوط ١٧٧٣ .

(٤) ناقصة في المخطوط ١٢٥٣ .

(٥) في المخطوط ١٧٧٣ : لمن .

(٦) ناقصة في المخطوطين ٧٥٣ ، ١٢٥٣ .

(٧) ناقصة في المخطوط ١٧٧٣ .

(٨) في المطوط ١٢٥٣ : على .

(٩) في المخطوط ١٢٥٣ : أكثر .

(١٠) ناقصة في المخطوط ١٧٧٣ .

(١١) في المخطوط ١٧٧٣ : حافظ .

تذنيب ★

ومن أهم ما ينبغي ان يقتضي في هذا الفن ما عرف بين الناس بقسمة الغرماء وهي قسمة مال غير واف بحقوق متفاوتـه على حسب التفاوت ، ويسمى المال بالموجـود ، ومجموع الحقوق بالديون .

فان كان للموجود نسبة من النسب المنطقة من الديون ، فان كان جزءاً مفرداً أو مضافاً فاقسم كل حق على المخرج ، فما خرج فهو ما يستحقه من الموجود .

وان كان جزءاً مكرراً فاضربه في عدة امثال الجزء ، فالحاصل هـــو المستحق ، أو معطوفاً ، فحصل مجموع المعطوفين من المشترك ، فاضرب الخارج في المجموع .

مثـاله :

رجل مديون من زيد بدينارين ، ومن عمرو بخمسة ، ومن بكر بثمانيـة ، ومن خالد بخمسة عشر ، والموجود عشرة ، وهي ثلث الديون .
فتقسم أخذ حق كل احد على الثلاثة ، فما خرج فهو له من العشرة ، فلزيـــد ثلثـا دينار ، ولعمرو دينار وثلثاه ، ولبكر ديناران وثلثان ، ولخالد خمسة دنانير أو اربعـة وهي ثلثا خمس من ثلثين ، فتقسم كل دين .

★ هذا التذنيب لا يشتمل عليه المخطوط ١٧٧٣ ، اما المخطوط ١٢٥٣ في المكتبة الاحمـدية بحلب فيورد – مكان التذنيب – « قاعدة في بيان تقسيم الغرماء » ، نقدمها بلفظها بعـد تذنيب المخطوط ٧٥٣ عاليه .

شرح :

في هذا التذنيب يبين العاملي كيفية تقسيم مال موجود على مجموعة من المستحقين ، تزيد استحقاقاتهم أو ديونهم على المال الموجود ، وقد بين العاملي أنه في مثل هذه الحالة فان نصيب كل مستحق يساوي دينه مضروباً في النسبة بين المال الموجود ومجموع الديون أو المستحقات .

ففي المثال الأول مجموع الديون = ٣٠

بينما المال الموجود = ١٠

وبالتالي يأخذ كل من الدائنين ١٠/٣٠ = ١/٣ دينه

من خمسة عشر ، وتضرب كل خارج في الاثنين ، وهو عدة امثال الجزء ، فما حصل فهو ما يستحقه من الاربعة ، فلزيد خمس دينار وثلث خمسه ، ولعمرو ثلثا دينار ، ولبكر دينار وثلث خمسة ، ولخالد ديناران ، فاندرج فيه القسمان مثالا .

ولو كان الموجود احد وعشرون ديناراً ، وهو نصف وخمس من ثلاثين ، فتقسم كل دين على العشرة ، وتضرب الخارج في السبعة ، اذ هي مجموع الكسرين من العشرة ، حصل فهو المطلوب .

فلزيد دينار وخمسان ، ولعمرو ثلاثة دنانير وثلاث اخماس دينار ، ولخالد عشرة دنانير ونصف .

وان لم يكن بينهما[1] نسبة ، كذلك فان توافقا فاضرب وفق الموجود في كل دين ، واقسم الحاصل على وفق الديون ، فما خرج فهو المطلوب . ★

فيكون المال الموجود قد قسم على الدائنين بنفس النسبة بين ديونهم ، فيستحق لزيد ٢/٣ دينار ، ولعمرو $\frac{٥}{٣} = ١\frac{٢}{٣}$ دينار ، ولبكر $\frac{٨}{٣} = ٢\frac{٢}{٣}$ دينار ، ولخالد $\frac{١٥}{٣} = ٥$ دنانير .

أما ان كان المال الموجود ٤ دنانير ، فان كل واحد من الدائنين يسحق من دينه على النسبة ٤/٣٠ أي ٢/١٥ (ثلثا خمس)

فتكون الاستحقاقات على التوالي $\frac{٤}{١٥}$ ($= \frac{٣}{١٥} + \frac{١}{٣\times٥}$ أي خمس دينار وثلث خمسة) ، $\frac{٢}{٣}$ دينار ، $١\frac{١}{٣\times٥}$ (دينار وثلث خمسة)، وديناران.

وإن كان المال الموجود ٢١ ديناراً (وهو ٧/١٠ من مجموع الديون أي (٥/١٠ + ٢/١٠) من الديون ، أي نصف وخمس من ثلاثين) ، فتضرب دين كل في النسبة ٧/١٠ تحصل على نصيبه من المال الموجود ، فتكون الانصبة على التوالي :

$$١\frac{٢}{٥} \text{ ، } ٣\frac{١}{٢} \text{ ، } ٥\frac{٣}{٥} \text{ ، } ١٠\frac{١}{٢}$$ ديناراً .

(١) أي بين الموجود ومجموع الديون .

مثاله :

مال بين الجماعة المذكورة ، لزيد تسعون ديناراً ، ولعمرو مائة ، ولبكر مائة وخمسون ولخالد مائة وستون ، فالمجموع خمسمائة ، وقد سرق منه مائتان وعشرون ديناراً . فالموجود مأتان وثمانون ، وبين الديون والموجود توافق بالخمس ، وبالعشر والاقل امثل . فنضرب نصف العشر من الموجود وهو اربعة عشر في تسعين ، وتقسم الستين والمأتين والالف ، على نصف العشر من الديون ، وهو خمسة وعشرون ، يخرج خمسون ،

★ **شرح :**

يبين العاملي الحالة التي يكون فيها بين الديون والمال الموجود توافق ، أي أي يكون لهما عامل مشترك ، ففي المثال مجموع الديون ٥٠٠ بينما المال الموجود (المتبقي بعد السرقة) هو ٢٨٠ ، والعددان ٥٠٠ ، ٢٨٠ كل منهما يقبل القسمة على ٢٠ ، فيكون بينهما توافق بنصف العشر .

$$\frac{\text{المال الموجود}}{\text{مجموع الديون}} = \frac{٢٨٠}{٥٠٠} = \frac{١٤}{٢٥}$$

ولايجاد نصيب كل من المال الموجود ، نضرب الدين في ١٤ ونقسم الحاصل على ٢٥

$$\text{فيكون نصيب زيد} = \frac{٩٠ \times ١٤}{٢٥} = ٥٠\ \frac{٢}{٥}\ \text{ديناراً}$$

$$\text{ونصيب عمرو} = \frac{١٠٠ \times ١٤}{٢٥} = ٥٦\ \text{ديناراً}$$

$$\text{ونصيب بكر} = \frac{١٥٠ + ١٤}{٢٥} = ٨٤\ \text{ديناراً}$$

$$\text{ونصيب خالد} = \frac{١٦٠ \times ١٤}{٢٥} = ٨٩\ \frac{٣}{٥}\ \text{ديناراً}$$

وبجمع هذه الانصبة نحصل على المال الموجود .

عشرة وهي خمسان[1] .

فليزد من الموجود خمسون ديناراً وخمساه ، وعلى هذا القياس في الثلاثة الباقين ، فلعمرو ستة وخمسون ، ولبكر أربعة وثمانون ، ولخالد تسعة وثمان ديناراً وثلاثة أخماسه .

وهذا الطريق يجري في الاول ايضاً ، ففي الصورة الاولى من المثال تضرب كل دين في خمس العشرة ، وتقسم الحاصل خمس الثلاثين ، وقس عليه الصور الباقيه ، وإن تباينا فاضرب أصل كل دين في الموجود ، واقسم الحاصل على الديون .

مثال :

رأس مال بين الجماعة ، لزيد ألف وخمسون درهما ، ولعمرو تسعمائة وستة عشر ، ولبكر اربعمائة وثلاثون ، ولخالد ثلاثمائة وسبعون ، فالمجموع ستة وستون وسبعمائة والفا درهم ، وقد حصل منه نماء ، وهو خمسون وثلاثمائة دينار ، فنضرب الخمسين والالف في خمسين وثلاثمائة ، ونقسم على ستة وستين وسبعمائة والفين ، يخرج اثنان وثلاثون ومائة ، ويبقي ثمانية وثمانون وثلاثمائة والفان ، وهو كسر مكرر ، مخرجه المقسوم عليه .

فازيد من النماء اثنان وثلاثون ومائة دينار ، وثمانيه وثمانون وثلاثمائة والفا جزء ، من ستة وستين وسبعمائة وألفا جزء من دينار ، وعلى هذا القياس في الباقيين ، وهو يرجع الى الاول ، ويعم الكل .

وهذان الاخيران هما المشهوران في المدونات الفرائضية ، وربما كان لكل دين أو لبعضها نسبة معلومة الى الديون ، فلك أن تقسم الموجود على مخرج النسبه ، فالخارج هو المطلوب .

---

(١) بالنسبة الى الخمسة والعشرين .

شرح :

في المثال الثالث جماعة مكونة من زيد وعمر وبكر وخالد لهم من رأس المال ١٠٥٠ ، ٩١٦ ، ٤٣٠ ، ٣٧٠ درهما على التوالي ، فيكون رأس مال الجماعة ٢٧٦٦ درهماً ، وقد زاد هذا المال بالتنمية مبلغاً قدره ٣٥٠ ديناراً .

$$\text{فيكون نصيب زيد من النماء} = \frac{١٠٥٠}{٢٧٦٦} \times ٣٥٠ = ١٣٢ \frac{٢٣٨٨}{٢٧٦٦} \text{ ديناراً}$$

وعلى نفس القياس يعين نصيب الباقين .

مثاله :

أوصي للجماعة ثلاثمائة دينار ، لزيد مائه ، ثلث ، ولعمرو مائة وخمسين ، وهـو نصف ولبكر ثلاثين ، وهو عشر ، ولخالد عشرين ، وهو ثلث اخمس ، ولم تنفـذ . وثلث التركـة تسع وخمسون ومائتا دينار .

شرح :

في المثال الرابع ان كان مجموع المال الموصى به ٣٠٠ دينار ، فنصيب زيد ١٠٠ ويعادل ١/٣ المال ، ونصيب عمرو ١٥٠ ويقابل ١/٢ المال ، ونصيب بكر ٣٠ يساوي ١/١٠ المال ، ونصيب خالد ٢٠ ويعادل ١/٣ × ١/٥ المال إلا ان هذه الوصية لم تنفـذ ، وأصاب الجماعـة ثلث التركة فقط ويساوي ٢٥٩ ديناراً (بدلا من اصل الوصية البالغ ٣٠٠ ديناراً)

$$\therefore \text{نصيب زيد} = \frac{١}{٣} \times ٢٥٩ = ٨٦ \frac{١}{٣} \text{ ديناراً}$$

$$\text{نصيب عمرو} = \frac{١}{٢} \times ٢٥٩ = ١٢٩ \frac{١}{٢} \text{ ديناراً}$$

$$\text{ونصيب بكر} = \frac{١}{١٠} \times ٢٥٩ = ٢٥ \frac{٩}{١٠} \text{ ديناراً}$$

$$\text{ونصيب خالد} = \frac{١}{١٥} \times ٢٥٩ = ١٧ \frac{٤}{١٥} \text{ ديناراً}$$

(أي $١٧ + \frac{٣}{١٥} + \frac{١}{٣+٥}$: سبعة عشر ديناراً ، وخمس ، وثلث خمس دينار)

أما إن كان ما اوصى به لزيد هو ٩٠ ديناراً (= ٣/١٠ الوصية)

وما أوصى به لبكر هو ٤٠ ديناراً (= ٢/٣ × ١/٥ الوصية)

$$\text{فأن نصيب زيد} = ٢٥٩ \times \frac{٣}{١٠} = ٢٥ \frac{٩}{١٠} \times ٣$$

$$= ٧٧ \frac{٧}{١٠} \text{ ديناراً}$$

فاقسمه على الثلاثة ، يخرج ستة وثمانون ديناراً وثلث وهو لزيد ، وعلى الاثنين يخرج تسعة وعشرون ومائة دينار ونصف وهو لعمرو ، وعلى العشره يخرج خمسة وعشرون ديناراً وتسعة أعشار وهو لبكر ، الخمسه عشر يخرج سبعة عشر ديناراً وخمس وثلث خمس دينار وهو لخالد

ولن تكرر كسر فاضرب الخارج في عدة المكرر ليحصل المطلوب ، كما اذا أوصى في المثال لزيد بتسعين وهو ثلاثة اعشار ، ولبكر باربعين وهو ثلثا خمس ، فتضرب خمسة وعشرين وتسعة أعشار في الثلاثة ، يحصل سبعة وسبعون ديناراً وسبعة اعشار دينار ، وتضرب سبعة عشر وخمساً وثلث خمس في الاثنين ، يحصل اربعة وثلاثون وثلث وخمس .

وبما مر من القواعد يسهل الامر في المعطوف ، وهـذا الاخير يعم الثلاثة ، وهو والاول مما تفرد به الرسالة ، وللديوانيين من أهل الرقوم طريق آخر يزيدون على سطر الموجود

المنة لله تعالي وتقدس

$$\text{ونصيب بكر} = ٢٥٩ \times \frac{٢}{١٥} = ١٧\frac{٤}{١٥} \times ٢$$

$$= ٣٤\frac{٨}{١٥} = \left(٣٤ + \frac{٥}{١٥} + \frac{٣}{١٥} \right) \text{ ديناراً}$$

(أي أربعة وثلاثون وثلث وخمس ، كما جاء في النص)

قاعدة في بيان تقسيم الغرماء[1]

تضرب دين كل واحد من الغرماء في التركه ، وتقسم الحاصل على[2] مجموع الديون فخارج القسمة هو حظ صاحب المضروب في التركة .

مثاله :

التركة عشرون ، واحد الديون ثمانية ، والآخر عشرة ، والاخر اثنى عشر ، ومجموع الديون ثلثون .

ضربنا الاول في التركة ، حصل مائة وستون ، قسمناه على مجموع خمسة وثلث ، فهو حظ صاحب الثمانية ، ثم ضربنا الثاني وقسمنا الحاصل ، لذلك خرج ستة وثلثان وهو حظ صاحب العشرة ، وعملنا بالدين الثالث ، كذلك حصل ثمانية وهو نصيب صاحب الاثنى عشر من التركة ، وهذا العمل يكون اذا لم تكن الديون كثيرة ، واذا كانت كثيرة بحيث يتعسر ضبط حاصل ضربها[2] وقسمتها ، فارسم الجدول على هذه الصورة ، اي سطوره بعدة الديون ، وضع كل واحد من الديون ، فيها اي في خلالها ، وصورة التركة فوقه ، وصورة مجموع الديون تحته ، واعمل ما عرفت من ضرب كل من الديون في التركة ، وقسمة الحاصل على مجموع الديون ، ووضع الخارج كذلك سهلا عليك وصورة العمل هكذا : يعني الديون وهي الثمانية والعشرة ، والاثنا عشر ، كل منها موضوع في علو سطر من سطور الشكل موضوع فوقه صورة العشرين التي هي عبارة عن التركة ، تحته الثلثين التي هي عبارة عن مجموع الديون ، وقد ضرب كل منها في التركة . ووضع حاصل ضربه تحته بعد خط عرضي

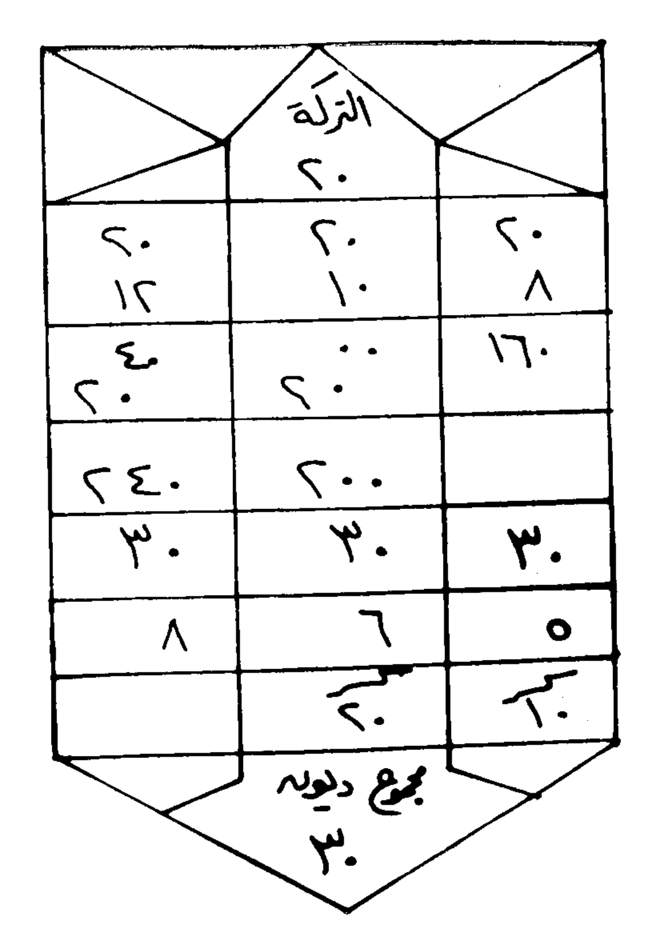
---

(١) مخطوط المكتبة الاحمدية بحلب رقم ١٢٥٣ : الصفحات ٥٢ حتى ٥٥

(٢) ناقصة في المخطوط .

تعقيب :

قد تكون هذه القاعدة من تصنيف رمضان الكوردي كما جاء بآخر المخطوط ، وهي لا تخرج في معانيها عما جاء بتذنيب العاملي في مخطوطه .



وقسم الحاصل على مجموع الدين ، ووضع خارج القسمة تحت المقسوم عليه ، اعني الثلاثين بعد حط عرضي ، وما بقى من المقسوم كسراً رسمت صورته تحت الخارج الصحيح ، ورسم لفظ كسر فوقه ، وما صورتـــه المركب في الرسم ضرب ضرب في المركب ، ووضع حاصله تحته ، وضع مقتضى الضرب ثم جمع ، كما هو القاعـدة في ضرب المركب في المركب .

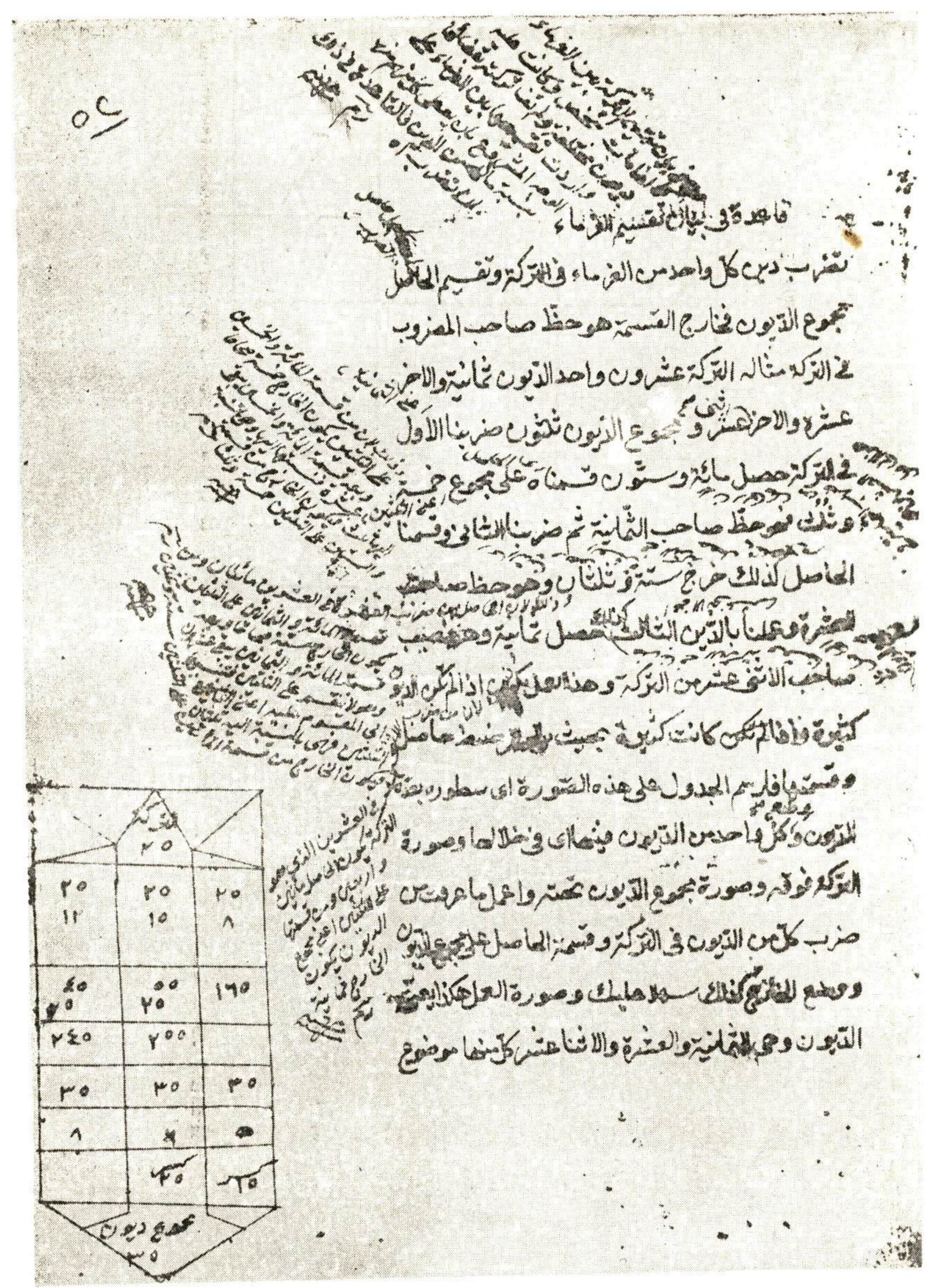
فالثمانية لما لم تكن صورتها المرسومة صورة المركب ، ضربت في العشرين ، فكان حاصل ضربها هكذا ١٦٠

والعشرة لما كانت صورتها صـورة المركب في الرسم ، ضرب في العشريـن الذي هو صورة التركة ، فكان صورة حاصل ضربه هكذا ٢٠.٠. ، ثم جمع فصار هكذا ٢٠٠ .

وقس عليه حال الاثنى عشر .

في هذا المخطوط يكتب الصفر : ٥ والخمسة : ه .

كذا في المخطوط ٢٥٣ . ه



شكل (١٨) - قاعدة في بيان تقسيم الغرماء : الصفحة (٥٢) من مخطوط المكتبة الاحمدية بحلب - رقم ١٢٥٣ .

والامتحان :

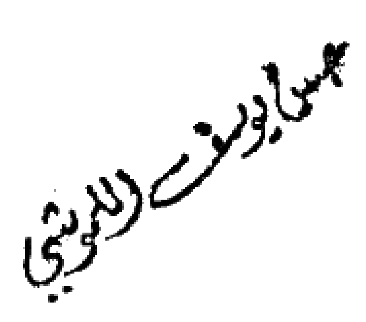
أي اختبار هذا النحو من القسمة صحة وفساداً - هو ان تعمل في كل واحد بالمضروب والمضروب فيه كما في الضرب ، وبالمقسوم والمقوم عليه كما في القسمة ، يظهر الصحة بعدها بأن يؤخذ ميزان المضروب ، أعنى كل واحد من الديون على حدة وتضربه في ميزان المضروب فيه - اعنى التركة - ونأخذ ميزان الحاصل ، وتحفظ كميته ، ثم تأخذ ميزان خارج قسمة حاصل ضرب ذلك الدين المضروب في التركة ، وتضربه في ميزان المقسوم عليه - اعني مجموع الديون - وتزيد عليه ميزان الباقي من المقسوم إن كان ، ثم تأخذ ميزان المقسوم - وهو حاصل ضرب ذلك الدين في التركة المقسوم على مجموع الديون - فان لم تتخالف الموازين الثلث ، فالعمل صحيح ، والا فالعمل خطأ .

ففي هذا الشكل مثلا : الثمانية احد الديون ، فهي مضروبة ، والتركة مضروب فيها والثمانية نفسها ميزان ، فاذا ضربنها في الاثنين الذين هما ميزان التركة ، حصل ستة عشر ، فاذا اخذت ميزانها بأن اسقطت منها تسعة ، بقي بعد الاسقاط سبعة ، فهي ميزان الحاصل . ثم اذا اخذت أخذت ميزان خارج قسمة مضروب الثمانية في التركة على مجموع الديون - وهو الخمسة ضربته في ميزان المقسوم عليه - وهو ثلث - لأن الباقي من الثلثين بعد الاسقاط تسعه تسعة ثلثه ، حصل خمسة عشر ، فاذا أخذت على الحاصل الباقي من المقسوم - أعني الثلث - حصل ستة عشر ، فاذا اخذت ميزان هذا الحاصل بأن اسقطت منه تسعة ، بقي بعد الاسقاط ايضا سبعة ، فهي الميزان لهذا الحاصل . اذا اخذت ميزان المقسوم - وهو المائة والستون - بان اسقطت تسعة تسعة ، كان الباقي بعد الاسقاط كذلك سبعة ايضا ، فلم تتخالف الموازين في ضرب هذا المضروب ، اعني الثمانية .

واذا عملت في الثاني والثالث ايضا مثل عملك هذا ، ولم تتخالف الموازين الثلث في كل منهما ، ظهر ان هذه القسمة صحيحة ، فقس على هذا حال عمل الثاني والثالث حتى يظهر لك الحال .

تمت الرسالة بعون الملك المنان .

تصنيف رمضان الكوردي .



القسم الثاني

مسائل الحساب والجبر والمساحة

الواردة في كتاب « الكشكول »★ لبهاء الدين العاملي

★ طبعة مصر عام ١٣٠٢هـ = ١٧٨٤م - المطبعة العامرة الشرفية (مطبعة الشيخ شرف موسى ، بخان أبي طاقية بمصر)

مقدمة

تعرض بهاء الدين العاملي فيما تعرض له في كتابه « الكشكول » لبعض جوانب العلم الرياضي ، فاورد بعض مسائل متفرقة بعضها في خواص الاعداد ، والبعض الآخر في الحساب والجبر والمقابلة ، كما ذكر العاملي ايضا بضع مسائل في اعمال المساحة .

والمسائل التي جاءت في « الكشكول » هي على وجه التحديد اربعة وعشرون مسألة موزعة على النحو التالي :

(١) خواص الاعداد وجمع المتواليات : خمس مسائل .
(٢) علم الحساب : ثماني مسائل .
(٣) علم الجبر والمقابلة : خمس مسائل .
(٤) اعمال المساحة : ست مسائل .

وقد تعرضنا لهذه المسائل جميعها بما هي اهل له من الشرح والتحليل .

(١) خواص الاعداد وجمع المتواليات

تناول صاحب الكشكول في هذا المجال تعريف العدد ، وبيان الاعداد المتحابة بيد انه لم يأت فيها بجديد حيث سبقه اليها ثابت بن قره الحراني ، ثم عرج العاملي الى الاعداد التامة والزائدة والناقصة ، وربط بين صفات آدم وحواء وبين خواص الاعداد ، وقدم تفسيرا للقول المنسوب الى النبي عليه الصلاة والسلام من ان حواء خلقت من الضلع الايسر (من اليسير او القليل حسب قول العاملي) لآدم .

ولقد تعرض العاملي لقواعد ايجاد مجموع الاعداد على النظم الطبيعي (اي جمع المتوالية الحسابية التي اساسها الواحد) ، ومجموع الازواج دون الافراد ، ومجموع الافراد دون الازواج كذا مجموع المربعات المتوالية ، ومجموع المكعبات المتوالية ، وهذه المتواليات جميعها قد سبق ورودها في متن كتاب العاملي « خلاصة الحساب » الذي تعرضنا له بالشرح والتحليل في القسم الاول من كتابنا هذا .

[١] « أجمع الحساب على ان تعريف العدد بانه نصف مجموع حاشيتيه ، وهو لا يصدق على الواحد ، إذ ليس له حاشية تحتانية ، وفيه نظر ، إذ الحاشية الفوقانية لكل عدد تزيد عليه بمقدار نقصان الحاشية التحتانية عنه ، ومن ثمة كان مجموعهما ضعفه .

وقد أجمعوا على ان العدد إما صحيح أو كسر ، فنقول الحاشية التحتانية للواحد هي النصف ، فالفوقانية واحد ونصف ، لانها تزيد على الواحد بقدر نقصان النصف عنه ، كما هو شأن حواشي الاعداد ، والواحد نصف مجموعهما .

فالتعريف المذكور صادق على الواحد ، بل نقول التعريف المذكور صادق من جميع الكسور ايضاً ، وليس مخصوصاً بالصحاح . مثلا يصدق على الثلث انه نصف مجموع حاشيتيه فالتحتانية السدس والفوقانية ثلث وسدس ، اعني نصفاً ، ولا شك أن الثلث نصف مجموع النصف والسدس ، وهو المراد » .

الكشكول ـ طبعة مصر ـ صفحة ٢٨٢ (الجزء الثالث) .

شرح :

يعرف العدد هنا بانه نصف مجموع العدد السابق له والعدد اللاحق له (ويعبر عنهما في المتن بالحاشيتين) مثال ذلك الرقم ٥ نصف مجموع ٤ ، ٦ .

[٢] « للشيخ الرئيس رسالة في العشق ، وقال فيهـــا أن العشق سار في المجردات والفلكيات والعنصريات والمعدنيات والنباتات والحيوانات ، حتى ان ارباب الرياضي قالوا الاعـداد المتحابة ، واستدركوا ذلك على اقليدس ، وقالوا فاته ذلك ولم يذكره ، وهي :

المائتان والعشرون عدد زائد ، اجزاؤه اكثر منه ، وإذا جمعت كانت اربعة وثمـانين ومائتين بغير زيادة ولا نقصان .

والمائتان والاربعة والثمانون عدد ناقص ، اجزاؤه أقل منه ، وان جمعت كانت جملتهـا مائتين وعشرين .

فلكل من العددين المتحابين اجزاء مثل الآخر :

فالمائتان والعشرون لها نصف وربع ، وخمس ، وعشر ، ونصف عشر ، وجزءمن احد عشر ، وجزء من اثنين وعشرين ، وجزء من أربعة واربعين ، وجـزء من خمسة وخمسين ، وجزء من مائة وعشرة وجزء من مائتين وعشرين ، وجملة ذلك من الاجزاء البسيطة الصحيحة مائتان وأربعة وثمانون .

وبالنسبة للواحد يقول العاملي ان التعريف السابق ينطبق عليه ايضاً اذا اعتبرنا حاشيتيهما $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٢}$ ١ (أي ان الواحد حد في سلسلة عددية تزايدها = ١/٢)

كذلك بالنسبة للكسر ١/٣ . فاذا اعتبرناه حداً في متوالية حسابية تتزايـــد حدودها بالقيمة ١/٦ ، يكون الكســـر ١/٣ وسطاً حسابياً لـ ١/٦ (وهو الحاشية التحتانية) ، (١/٣+١/٦ =) ١/٢ (وهو الحاشية الفوقانية) .

الكشكول ـ طبعة مصر ـ الصفحتان ١١١ ، ١٩٢ (الجزء الثاني) .

شرح :

يشير بهاء الدين العاملي ـ في هذا النص ـ الى الاعداد المتحابة ، ويسوق لها مثـلا هو العددان ٢٢٠ ، ٢٨٤ : فالعدد ٢٢٠ يقبل القسمة على كل من الاعداد التالية وهي عوامله (اواجزاؤه) : ١ ، ٢ ، ٤ ، ٥ ، ١٠ ، ١١ ، ٢٠ ، ٢٢ ، ٤٤ ، ٥٥ ، ١١٠ وبجموع هذه الاعدادهو ٢٨٤، ومن ثم فهي اكثر من العدد نفسه ، ومن هنا جاءت تسميته بعددزائد.

أما العدد ٢٨٤ فانـــه من الممكن قسمته على كل من الاعداد ١ ، ٢ ، ٤ ، ٧١ ، ١٤٢ ، ومجموعها ٢٢٠ ، وهو اقل من العدد الاصلي ٢٨٤ ، ولذا يسمى عدد ناقص .

يتضح في هذا المثال أن العدد ٢٢٠ يقبل القسمة على مجموعة من الاعداد (يطلق عليها

والمائتان والاربعة والثمانون ليس لها نصف ، وربع وجزء من احـد وسبعين ، وجزء من مائة واثنين وأربعين ، وجزء من مائتين واربعة وثمانين ، فذلك مائتان وعشرون .

فقد ظهر بهذا المثال تحاب العددين ، واصحاب العدد يزعمون ان لذلك خاصية عجيبةفي المحبة . فجرب . انتهى . »

[٣] « أشرف الاعداد العدد العام ، وهو ما كانت اجزاؤه مساوية له . قالوا ولهـذا كان عدد الايام التي خلقت فيها السموات والارض ، وهو الستة ، كما نطق به الذكر الحكيم .

وأما العدد الزائد (او) الناقص فما زادت عليه اجزاؤه أو نقصت ، كالاثني عشر فانه زائد ، والسبعة فانها ناقصة ، إذ ليس لها إلا السبع .

قال في الانموذج (١) وقد نظمت قاعدة في تحصيل العدد العام ، فقلت :

حوبا شد فرد اول ضعف زوج الزوج كم واحد بود مضرب ايشان تام وزنهناقصوزايد

ومعناه انه يؤخذ زوج الزوج ، وهو زوج لا يعده من الافراد سوى الواحد .

وبعبارة اخرى عدد لا يعده عدد فرد ، وهذا مبني على أن الواحد ليس بعددكالاثنين في المثال المذكور ، ويضعف حتى يصير اربعة ، ويسقط منه واحد فيصير ثلاثة ، وهـو فرد أول لانه لا يعده سوى الواحد فرد آخر وهو المراد بالفرد الاول .

فتضرب الثلاثة في الاثنين الذي هو زوج الزوج ، فيشير ستة وهـــو العدد التام ، وقس عليه .

هنا اجزاء العدد) بمجوعها الحسابي هو ٢٨٤ ، بينما هذا العدد الاخير ٢٨٤ يقبل القسمة على مجموعة من الاعداد بمجوعها الحسابي ٢٢٠ وهو العـــدد الاول ، ومن ثم تطلق على العددين ٢٢٠ ، ٢٨٤ تسمية العددين المتحابين .

هذا وينسب الى ثابت بن قره الحراني (٨٣٦ - ٩٠١ م) انه توصل الى قاعـــدة لايجاد الاعداد المتحابة ، حيث انه الف فيها رسالة ، يوجـد مصور لها في معهد المخطوطـات العربية بالقاهرة تحت رياضيات رقم ١٨ .

الكشكول - طبعة مصر - الصفحتان ٣٢٦ ، ٣٢٧ (الجزء الثالث) .

(١) للمحقق الدواني

تعقيب :

سبق ان تحدثنا بالتفصيل عن الاعداد التامة والزائدة والناقصة عند شرح القاعدة الثامنة الواردة بالباب التاسع من مخطط « خلاصة الحساب » بالقسم الاول من الكتاب .

مثلا : تأخذ الاربعة ، وهو زوج الزوج ، وتضعفه حتى يصير ثمانية ، وتسقط منه واحداً ، فيصير سبعة ، وهو فرد أول ، فتضربه في الاربعة فيصير ثمانية وعشرين ، وهـو أيضاً عدد تام .

ومن خواص العدد التام انه لا يوجد في كل مرتبة من الآحاد والعشرات وما فوقها إلا واحداً .

لا يوجد مثلا في مرتبة الآحاد إلا الستة ، وفي العشرات الا الثمانية والعشرين ، فقس واستخرج الباقي كما عرفت » .

[٤] « قال بعض أصحاب الأرتماطيقي :

ان عدد التسعة بمنزلة آدم عليه السلام ، فان للاحاد نسبة الأبوة الى سائر الاعداد .

والخمسة بمنزلة حوا ، فانها التي يتولد منها مثلها ، فان كل عدد فيه خمسـة ، اذا ضرب فيما فيه الخمسة ، فلابد من وجود الخمسة بنفسها في حاصل الضرب البتة .

وقالوا في قوله تعالى طه إشارة الى آدم وحواً ، وكل من هذين العددين اذا جمع من الواحد اليه على النظم الطبيعي ، اجتمع ما يساوي عـــدد الاسم المختص به ؛ فاذا جمعنا من الواحد الى التسعة ، كان خمسه وأربعين ، وهي عدد آدم ، واذا جمع من الواحد الى الخمسة ، كان خمسة عشر ، وهي عدد حوا .

وقد تقرر في الحساب انه اذا ضرب عدد في عدد ، يقال لكل من المضروبين ضلع ، وللحاصل مضلع .

واذا ضربت الخمسة في التسعة ، حصل لخمسة وأربعون ، وهي عـــدد آدم ، وضلعاه التسعة والخمسة .

قالوا وما ورد في لسان الشارع صلوات الله عليه وآله من قوله خلقت حوا من الضلع الأيسر لآدم ، إنما ينكشف سره بما ذكرناه فان الخمسة هي الضلع الانسر للخمسة والاربعين ، والتسعة الضلع الاكبر ، والايسر من اليسير وهو القليل ، لا من اليسار ، انتهى . »

الكشكول ـ طبعة مصر ـ صفحة ٢٩١ (الجزء الثالث) .

شرح :
يشير العاملي هنا الى الربط بين صفات آدم وحواء وبين خواص الاعداد ، فينقـل عن بعض أصحاب الارتماطيقي (اي الحساب) قولهم بأن آدم يقابل رقم ٩ ، وان حوآ

تقابل رقم ٥ ، معتمدين في هذه النسبة الى ان التسعة هي كبرى الارقام العشرة من الصفر الى التسعة ، وبذلك تكون بمرتبة الابوة بالنسبة الي بقية الأرقام ، وان الخمسة ينشأ عن ضربها فيما فيه الخمسة عدد فيه خمسة ، ومن ثم وصفها بأنها التي يتولد منها مثلها .

فاذا أخذنا رقم ٩ وجدنا ان مجموع الارقام من الواحد اليه (أي ١ + ٢ + ٣ + ٤ + ٥ + ٦ + ٧ + ٨ + ٩) = ٤٥ وهو عدد آدم ، ولتفسير ذلك يجدر بنا أن نشير الى ان العرب ـ قبل استعمالهم للارقام الهندية وتهذيبها ـ كانوا يشيرون الى الاعداد بحروف الهجاء ، كما كان الحال عند اليونان في صدر الفتح الاسلامي ، وذلك على النحو التالي :

ا	١	ح	٨	س	٦٠	ت	٤٠٠
ب	٢	ط	٩	ع	٧٠	ث	٥٠٠
ح	٣	ي	١٠	ف	٨٠	خ	٦٠٠
د	٤	ك	٢٠	ص	٩٠	ذ	٧٠٠
ه	٥	ل	٣٠	ق	١٠٠	ض	٨٠٠
و	٦	م	٤٠	ر	٢٠٠	ظ	٩٠٠
ز	٧	ن	٥٠	ش	٣٠٠	غ	١٠٠٠

ومن هنا فان كلمة آدم تشتمل على الحروف ا ، د ، م ، وبالتالي يكون المقابل العددي لكلمة آدم هو :

ا + د + م = ١ + ٤ + ٤٠ = ٤٥

وهو نفس العدد الناتج عن جمع الارقام من الواحد الى التسعة (منزلة آدم) بتسلسلها الطبيعي .

كذلك الحال بالنسبة لكلمة حوآ ، فان المقابل العددي لها هو :

ح + و + ا = ٨ + ٦ + ١ = ١٥

وهو نفس العدد الذي نحصل عليه بجمع الارقام من الواحد الى الخمسة (منزلة حوآ) .

يعرج العاملي بعد تناوله لجمع مكونات كلمتي آدم وحوآ ومنزلتها من الارقام الى السمات الناتجة عن عمليات الضرب ، فيبدأ بتعريف الضلع والمضلع بأن الضلع هو المضروب او المضروب فيه ، وان المضلع هو حاصل الضرب ، ويستطرد قائلا بأن حاصل ضرب التسعة (وهي منزلة

[٥] « جمع الاعداد على النظم الطبيعي : بزيادة واحـــد على الأخير ، وضرب المجموع في نصف الأخير .

وجمع الازواج دون الافراد : بضرب نصف الزوج الاخير فيما يليـــه بواحد ، والعكس بزيادة واحد على الفرد الاخير ، وتربيع [نصف] (١) الحاصل .

وجمع المربعات المتوالية بزيادة واحد على ضعف العدد الاخير ، وبضرب ثلث المجموع في مجموع تلك الاعداد .

وجمع المكعبات المتوالية بضرب مجموع تلك الاعداد المتوالية من الواحد في نفسة .»

آدم) في الخمسة (وهي منزلة حوا) هو ٤٥ ، وهو عدد آدم كما تقدم ، فيكون ضلعا عدد آدم هما منزلتا آدم وحوا (اي التسعة والخمسة) .

وبناء على هذه الخواص يقال في تفسير خلق حوآ من الضلع الايسر لآدم بـأن منزلة حوآ وهي الخمسة هي الضلع الأصغر (الايسر) من الضلعين ٩ ، ٥ المكونين للمضلع ٤٥ وهو عدد آدم .

الكشكول ـ طبعة مصر ـ صفحة ٣١٣ (الجزء الثالث) .

(١) اضيفت لتتفق مع القاعدة الثانية من البـــاب التاسع من كتاب « خلاصة الحساب » ، وهي قاعدة صحيحة .

شرح :

يشير العاملي هنا الى جمع المتواليات العددية على النظم الطبـيعي ، كذا جمـع المربعات المتوالية والمكعبات المتوالية ، وهو ماجاء ذكره تفصيلا بقواعد الباب التاسع من كتابـه « خلاصة الحساب » :

جمع الاعداد على النظم الطبيعي = (١ + ٢ + ٣ + ٤ + ... + ن)

= (ن + ١) ن/٢   (القاعدة الاولى)

جمع الازواج دون الافراد = (٢ + ٤ + ٦ + ٨ + ... + (ن - ٢) + ن)

= ن/٢ (ن/٢ + ١)   (القاعدة الثالثة)

جمع الافراد دون الازدواج = (١ + ٣ + ٥ + ٧ + ... + (ن - ٢) + ن)

= (ن/٢ + ١)٢   (القاعدة الثانية)

= (١٢ + ٢٢ + ٣٢ + ٤٢ + ... + ن٢)

= ٢ن + ١ ٣١ + ٢ + ٣ + ... + ن

= ن $\frac{(ن + ١)(٢ن + ١)}{١ \times ٢ \times ٣}$ (القاعدة الرابعة)

جمع المكعبات المتوالية = (١^٣ + ٢^٣ + ٣^٣ + ٣^٣ + ... + ن^٣)

= (١ + ٢ + ٣ + ٤ + ... + ن)^٢

= $\left[\frac{ن (ن + ١)}{٢}\right]^{٢}$ (القاعدة الخامسة)

(٢) علم الحساب

جاء في « الكشكول » ذكر ثماني مسائل حسابية بعضها سبق وروده فى كتاب « خلاصة الحساب » ، والبعض الآخر لم يسبق وروده فيه ، كمسائل استخراج المضمرات من الاسماء والاعداد ، كأسماء الاشخاص والشهور والبروج . كذلك عرض العاملي لبعض مسائل التباديل والتوافيق وذلك فيما يختص بايجاد عدد الكلمات الي ينحصل عليها من تركيب حروف المعجم بشروط معينة .

ولعل اقيم ما قدمه صاحب الكشكول في هذه المجموعة من المسائل الحسابية هو القاعدة التي اوردها لايجاد قيمة جذر الاصم بالتقريب ، ويتضح – في شرحنا لهذه القاعدة – انه عند تطبيقها على مثالين متباينين أن الخطأ الناشيء من التقريب في حساب الجذر لم يتجاوز جزء من الف جزء ، وبالتالى فالقاعدة تعطى نتائج على درجة عظيمة من الدقة ، وقاعدة العاملي هذه قد جاءت في متن كتابه « خلاصة الحساب » ، وهو ما قمنا بشرحه وتحليله في القسم الاول من كتابنا هذا .

[١] « اذا ضربت مخارج الكسور التي فيها حرف العين بعضها في بعض ، حصل المخرج المشترك للكسور التسعة ، وهو ألفان وخمسمائة وعشرون .

ويقال إنه سئل على كرم الله وجهه عن مخرج الكسور التسعة ، فقال للسائل : اضرب أيام سنتك في أيام أسبوعك . »

الكشكول – طبعة مصر – صفحة ٢١٧ (الجزء الثالث) .

شرح : الكسور التسعة هي : ١/٢ ، ١/٣ ، ١/٤ ، ١/٥ ، ١/٦ ، ١/٧ ، ١/٨ ، ١/٩ ، ١/١٠ .

ومخارج الكسور التي فيها حرف العين هي : أربعة ، سبعة ، تسعة ، عشرة فحاصل ضرب هذه المخارج = ٤ × ٧ × ٩ × ١٠

= ٢٥٢٠

كذلك فان المخرج المشترك (ويحصل عليه في عملية توحيد مخارج الكسور) للكسور التسعة = ٢ × ٣ × ٤ × ٥ × ٧ × ٣

= ٢٥٢٠

وهو يقبل القسمة على أي من مخارج الكسور التسعة

[٢] « حوض أرسل إليه ثلاث أنابيب تملوه إحداها في ربع يوم ، والاخـرى في سدسه ،
والاخرى في سبعة ، وفي أسفله بالوعة تفرغه في ثمن يوم ، ففي كم يمتليء .
طريقة ان يستعلم ما يملؤه الجميع في يوم ، وهو سبعة عشر حوضاً ، وما تفرغه البالوعة
وهو ثمانية حياض ، فانقصه من الاول ، بقى تسعة ، ففي اليوم يمتليء تسـع مرات ، فيمتلىء
مرة في تسع النهار . »

[٣] « فى استخراج الاسم المضمر :
مرة ليلقى أوله ، ويخبر بعدد الباقي ، فاحفظه .
ثم ليخبر بما عدا ثانية ، ثم بما عدا ثالثة ، وهكذا :
ثم اجمع المحفوظات ، واقسم الحاصل على عددهـا بعد إلقاء محفوظ واحد منها ،
ثم انقص من خارج القسمة المحفوظ الأول ، فالباقي هو عدد الحرف الاول .
ثم انقص منه من المحفوظ الثاني ، فالباقي هو عدد الحرف الثاني ، وهكذا . »

وطبقاً للقول المنسوب ألى سيدنا علي كرم الله وجهه ، فان مخـرج الكسور التسعـــه
(أي المخرج المشترك) = ٣٦٠ × ٧
= ٢٥٢٠
ومن الواضح صحة هذه الأقوال ، وتدل على قوة الملاحظة والميل إلى وضع القاعدة أو
النتيجة الرياضية في صورة يسهل تذكرها للعمل بها .

الكشكول – طبعه مصر – صفحة ٣١٣ (الجزء الثالث) .

شرح :

عدد الاحواض التي تملؤها الانبوبة الاولى في اليوم	=	٤	أحواض
〃 〃 〃 〃 〃 الثانية 〃 〃 〃	=	٦	〃
〃 〃 〃 〃 〃 الثالثة 〃 〃 〃	=	٧	〃
عدد الاحواض التي تملؤها الانابيب الثلاث في اليوم	=	١٧	حوضاً
عدد الاحواض التى تفرغها البالوعة في اليوم الواحد	=	٨	احواض

عدد الاحواض الممكن ملؤها (مع استمرار تفريغ البالوعة) في اليوم الواحـــد =
١٧ – ٨ = ٩ احواض وبالتالي يمتليء الحوض في زمن قدره ١/٩ يوم
الكشكول – طبعة مصر – صفحة ٤١ (الجزء الاول) .

شرح :
لنبدأ بتطبيق هـــذه القاعدة على مثل محدد وليكن اسم « عمرو » وذلك لتوضيح
منطوق القاعدة .

∴ حروف الاسم :	ع	م	ر	و	
المقابل العددي لكل حرف :	٧٠	٤٠	٢٠٠	٦	
المحفوظ الاول :	+	٤٠ +	٢٠٠ +	٦	= ٢٤٦
المحفوظ الثاني :	٧٠ +	+	٢٠٠ +	٦	= ٢٧٦
المحفوظ الثالث :	٧٠ +	٤٠ +	+	٦	= ١١٦
المحفوظ الرابع :	٧٠ +	٤٠ +	٢٠٠ +		= ٣١٠
مجموع المحفوظـات :					= ٩٤٨

$$\frac{\text{مجموع المحفوظات}}{(\text{عدد المحفوظات} - ١)} = \frac{٩٤٨}{٣} = ٣١٦$$

∴ المقابل العددي للحرف الاول = ٣١٦ − ٢٤٦ = ٧٠

والمقابل العددي للحرف الثاني = ٣١٦ − ٢٧٦ = ٤٠

والمقابل العددي للحف الثالث = ٣١٦ − ١١٦ = ٢٠٠

والمقابل العددى للحرف الرابع = ٣١٦ − ٣١٠ = ٦

والقاعدة التي قدمها العاملي صحيحة تماما ، ومن الممكن اثباتها ـ في صيغتها العامية ـ بالرموز على الوجه التالى :

نفرض ان الاسم المضمر يمكن التعبير عنه بالمقابل العددي لكل حرف منه كما يلي :

$ع_{١}$ $ع_{٢}$ $ع_{٣}$ . . . . $ع_{ن}$ حيث $ن$ عدد حروف الاسم المضمر

وبتطبيق القاعدة تتجمع لنا المحفوظات التالية (وهي بعدد حروف الاسم $ن$)

المحفوظ الاول = $ع_{٢} + ع_{٣} + ع_{٤} + \ldots\ldots + ع_{ن}$

المحفوظ الثاني = $ع_{١} + ع_{٣} + ع_{٤} + \ldots\ldots + ع_{ن}$

المحفوظ الثالث = $ع_{١} + ع_{٢} + ع_{٤} + \ldots\ldots + ع_{ن}$

المحفوظ الرابع = $ع_{١} + ع_{٢} + ع_{٣} + \ldots\ldots + ع_{ن}$

المحفوظ الاخير = $ع_{١} + ع_{٢} + ع_{٣} + ع_{٤} \ldots ع_{(ن-١)} +$

∴ مجموع المحفوظات = $(ن-١)\ [ع_{١} + ع_{٢} + ع_{٣} + ع_{٤} + \ldots\ldots + ع_{ن}]$

(٤) « في استخراج لسم الشهر المضمر أو البرج المضمر : مرة ليأخـــذ (المضمر و)[1] لكل ما فوق المضمر ثلاثه ثلاثة ، وله مع ماتحتـــه اثنين اثنين ، ثم يخبرك بالمجموع فلقى منـه أربعـــة وعشرين ، وتعد الباقي من محرم ، او من الحمل ، فما انتهى اليه فهو المضمر . »

$$\frac{\text{مجموع المحفوظات}}{\text{(عددالمحفوظات-١)}} = \frac{\text{مجموع المحفوظات}}{(\text{ن} - ١)}$$

$$= (ع_١ + ع_٢ + ع_٣ + ع_٤ + \cdots + ع_ن)$$

ويكون المقابل العددي للحرف الاول

$$= \left[\frac{\text{مجموع المحفوظات}}{\text{(عددالمحفوظات-١)}} - \text{المحفوظ الاول}\right]$$

$$= (ع_١ + ع_٢ + ع_٣ + ع_٤ + \cdots + ع_ن)$$

$$- (ع_٢ + ع_٣ + ع_٤ + \cdots + ع_ن)$$

$$= ع_١$$ وهو المطلوب

وقس على ذلك بالنسبة لبقية المقابلات العددية لاحرف الاسم المضمر $ع_٢$ ، $ع_٣$ ، $ع_٤$ . . . حتى $ع_ن$

الكشكول ـ طبعة مصر ـ صفحة ٤١ (الجزء الاول) .

(١) يبدو انه سقط من الناسخ ، حيث ان بدونه لا يستقيم القول .

شرح :

حيث ان عدة الشهور او عدة البروج اثني عشر ، فان المسألة هي تحديد مربـة من اثني عشر مرتبة ، ويتضح من الشكل المرفق انه بفرض العـدد الدال على الشهر او البرج المضمر س ، وباخذ ثلاثة ثلاثة للمضمر ولكل ما فوقه نحصل على : ٣ س وباخذ اثنين اثنين لما تحته نحصل على : ٢ (١٢ - س)

فيكون المجموع : ٣ س + ٢ (١٢ - س)

= س + ٢٤

(٥) « في استخراج العدد المضمر :

مرة ليلقى منه ثلاثة ثلاثة ، ويخبرك بالباقي ، فتأخذ لكل واحد منه سبعين .
ثم مرة ليلقي منه سبعة سبعة ، ويخبرك بالباقي ، فتأخذ لكل واحد منه خمسة عشر .
ثم مرة ليلقي منه خمسة خمسة ، ويخبرك بالباقي ، فتأخذ لكل واحد منه احداً وعشرين .
ثم تجمع الحواصل ، وتلقى من المجتمع مائة وخمسة ، فما بقى فهو المطلوب . انتهى . »

الشهر أو البرج الأول
المحرم أو الحمل
١
مافوق المضمر
(س-١)
المضمر
س
ماتحت المضمر
(س-١٢)
١٢
الشهر او البرج الأخير

وباسقاط ٢٤ من المجموع ننتهى الى س وهي مرتبة الشهر او البرج المضمر ، فيعد من شهر المحرم في حالة الشهور ، ومن برج الحمل فى حالة البروج .

ولناخذ مثالا على ذلك الشهر او البرج السابع ، فبالنسبة المضمر وما فوقه نحصل على ٣×٧ ، وبالنسبة لما تحته نحصل على ٢×٥ ، فيكون المجموع ٢١+١٠=٣١ ، وباسقاط ٢٤ من ٣١ نحصل على ٧ وهو المرتبة المضمرة .

الكشكول ـ طبعة مصر ـ صفحة ٤١ (الجزء الاول) .

تعقيب :

يساورنا الشك في صحة هذا النص حيث انه بعد إسقاط ثلاثة ثلاثة من العدد المضمر وضرب الباقي في سبعين ينتج عدد صحيح مضروب في ٧ وبالقاء (إسقاط) السبعات منه ـ

[٦] « اذا قيل كم يتحصل من تركيب حروف المعجم كلمة ثنائية سواء كانت مهمة او مستعملة فاضرب ثمانية وعشرين في سبعة وعشرين فالحاصل جواب .

فان قيل كم يتركب منها كلمة ثلاثية بشرط أن لا يجتمع حرفان من جنس ، فاضرب حاصل ضرب ثمانية وعشرين في ستة وعشرين ، يكن تسعة عشر ألفاً وستمائة وستة وخمسين .

وإن سئلت عن الرباعية ، فاضرب هذا المبلغ في خمسة وعشرين والقياس فيه مطرد في الخماسي فما فوق . انتهى . »

في الخطوة التالية ـ لايبقي شيء . كذلك الحال بالنسبة لضرب الباقي الثاني في ١٥ حيث ينتج عدد صحيح مضروب في ٥ وبأسقاط الخمسات منه لا يتبقي شيء .

نضيف الى ما تقدم ان هذه القاعدة ـ عند ضبطها ـ لا تفيد في حالة العدد المضمر الذي يقبل القسمة على ثلاثة ، حيث يكون الباقي الاول صفراً ، الامر الذي يتوقف عنده العمل دون التوصل الى العدد المضمر .

الكشكول ـ طبعة مصر ـ صفحة ١٥ (الجزء الاول) .

شرح :

لما كانت حروف الهجاء ثمانية وعشرين ، فان تكوين كلمة ثنائية باستعمال الحرف الاول أ مع كل من بقية حروف الهجاء يؤدت الى ٢٧ كلمة سواء كانت هذه الكلمة مستعملة أو غير ذات المعني ، واذا كررنا العمل نفسه بالنسبة للحرف الثاني ب حصلنا على ٢٧ كلمة أخرى ، وهكذا بالنسبة لبقية حروف المعجم ، فيكون المتحصل من تركيب حروف المعجم كلمة ثنائية هو .

$$٢٨ (٢٨ - ١) = ٢٨ + ٢٧$$

أما إن كان المطلوب تكوين كلمة ثلاثية بحيث لا يجتمع فيها حرفان من نفس النوع فانه باتباع الاسلوب السابق نحصل على عدد الكلمات الآتية :

عدد الكلمات الثنائية × (عدد الحروف المعجم ـ الحرفين الداخلية في الكلمة الثنائية)

أي ٢٨ × (٢٨ - ١)×(٢٨ - ٢)

= ٢٨ × ٢٧ × ٢٦ = ١٩٦٥٦ كلمة ثلاثية وبنفس القياس يكون عدد الكلمات الرباعية التي لا يتكرر فيها حرف هو: ٢٨ × ٢٧ × ٢٦ × ٢٥

والكلمات الخماسية : ٢٨ × ٢٧ × ٢٦ × ٢٥ × ٢٤

أي ٢٨ (٢٨ - ١) (٢٨ - ٢) (٢٨ - ٣) (٢٨ - ٤)

ومثل هذه المسألة يدرس اليوم في باب التباديل والتوافيق، ولكن نزيد الامر وضوحاً ، لنفرض ان لدينا خمسة حروف هجائية ، والمطلوب معرفة عدد الكلمات الممكن تركيبها من هذه الحروف الخمسة بشرط عدم تكرار أي حرف في نفس الكلمة .

ولتكن الحروف ا ب حـ د هـ

فاذا احتفظنا بالمجموعة الرباعية ا ب حـ د ثابتة كان هناك حلان فقط ، أو تبديلان هما :

إما ا ب حـ د هـ

وإما هـ ا ب حـ د

التباديل = ٢

واذا قصرنا ثبات الترتيب على الاحرف الثلاث الاولي فحسب ، حصلنا على التباديل الآتية

ا ب حـ د هـ

ا ب حـ هـ د

د ا ب حـ هـ

د هـ ا ب حـ

هـ ا ب حـ د

هـ د ا ب حـ

التباديل = ٢ × ٣

وبنفس المنطق نجد أنه عند الاحتفاظ بالحرفين الاولين ثابتي الترتيب، فان عدد التباديل الممكنة ، أي عدد الكلمات الممكن تركيبها تحت الشروط هي :

٢ × ٣ × ٤

أما إن رفعت القيود عن أي ترتيب لمجموعة من الحروف ، فان عدد التباديل بالنسبة للحروف الخمسة .

= ٢ × ٣ × ٤ × ٥

أو = ٥ × (٥ - ١) × (٥ - ٢) × (٥ - ٣) × (٥ - ٤)

وما نسمية اليوم مضروب ٥ ونعبر عنه رياضياً بالرمز ١٥

فيكون عدد الكلمات الممكن تركيبها من خمسة احرف معينة بشرط عـــدم تكرار أي حرف منها في الكلمة الواحدة .

= مضروب ٥ = ١٥

= ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ١٢٠ كلمة

أما ان كان المطلوب تكوين كلمة ثنائيـة فقط باستعمال حرفـــين من الحروف الخمسة المحدودة ، فاننا نعود الى نوع المسألة التي اوردها العامـلي وتـدخل لا في التباديل وإنمـا في التوافيق ، وفي هذه الحالة يمكن التعبير عن الحل رياضياً على الصورة :

٥ ق ٢ = ٥ × (٥-١)(الطرف الايسر يشمل
= ٥ × ٤ = ٢٠ كلمة حدين فقط)

وان كان المطلوب تركيب كلمة ثلاثية بدلا من ثنائيـة مع بقية الشروط المبينـة يكون

الجواب : ٥ ق ٣ = ٥ × (٥ - ١) × (٥ - ٢)
= ٥ × ٤ × ٣
= ٦٠ كلمة

وللكلمة الرباعية : ٥ ق ٤ = ٥ × (٥ - ١) × (٥ - ٢) × (٥ - ٣)
= ١٢٠ كلمة

وللكلمة الخمسية : ٥ ق ٥ = ١٥
= ١٢٠ كلمة أيضاً

واذا اردنا التعبير ـ بالرموز الرياضية ـ عن مسألة العاملي نقول :

عدد الكلمات الثنائية المركبة من حروف المعجم = ٢٨ ق ٢
= ٢٨ × ٢٧ = ٧٥٦ كلمة

عدد الكلمات الثلاثية المركبة من حروف المعجم = ٢٨ ق ٣
= ٢٨ × ٢٧ × ٢٦ = ١٩٦٥٦ كلمة

عدد الكلمات الرباعية المركبة من حروف المعجم = ١٨ ق ٤

[٧] « كل عدد قسم على عدد فيكون نسبة الخارج من القسمة الي مربعة كنسبة المقسوم عليه الى المقسوم .

فاذا اردنا ان نحصل مجذوراً يكون نسبته الى جذره كنسبة عدد الى عدد آخر ، نقسم العدد الاول على عدد الثاني ، فما خرج من القسمة يكون مضروبه في نفسه العدد المطلوب »

[٨] « يحصل جذر الاصم بالتقريب بأن تأخذ أقرب الاعداد المجذورة اليه ، ويسقط منه ويحفظ الباقي ، ثم تأخذ جذره وتضعفه وتزيد عليه واحداً ، ثم تنسب ما يبقى بعد الاسقاط الى الحاصل ، ثم تزيد على جذره حاصل النسبة ، فالمجتمع جذر الاصم . انتهى . »

= ٢٨ × ٢٧ × ٢٦ × ٢٥

= ٤٩١٤٠٠ كلمة

وعدد الكلمات الخماسية المركبة من حروف المعجم = ٢٨ × ٢٧ × ٢٦ × ٢٥ × ٢٤

= ١١٧٩٣٦٠٠ كلمة

الشكوك ـ طبعة مصر ـ صفحة ٣٣٠ (الجزء الثالث) .

شرح : لنرمز ـ في الشق الاول من النص ـ للعدد المقسوم بالحرف ن وللعدد المقسوم عليه بالحرف م ، فيكون المقابل الرياضي للنص هو :

$$\frac{م/ن}{(م/ن)^2} = \frac{م}{ن} = \text{نسبة المقسوم عليه الى المقسوم}$$

وهو صحيح وواضح من اختصار الكسر

اما بالنسبة للشق الثاني من النص ، فيمكن تمثيله رياضياً على الوجه التالى :

$$\text{اذا كانت } \frac{ن}{\sqrt{ن}} = \frac{ع_1}{ع_2} \quad \text{حيث } ع_1 ، ع_2 \text{ عددين ،}$$

$$\text{فان } ن = \left(\frac{ع_1}{ع_2}\right)^2$$

وهي النتيجة المباشرة لتربيع طرفى المعادلة السابقة .

[٣] علم الجبر والمقابلة

يضم كتاب « الكشكول » خمس مسائل في الجبر والمقابلة ، منها مسألتان عدديتان ، والثلاث الباقيات مسائل رمزية عامة ، تختص بعلاقات المربعات (اي المجهولات المرفوعـة للقـوة الثانية من امثال $\text{س}^{٢}$ ، $\text{ص}^{٢}$) وحواشيها (ما يسبقها وما يليها) وجذورها ، وهي في مجموعها مسائل جبرية مباشرة .

الكشكول ـ طبعة مصر ـ صفحة ٣٢٩ (الجزء الثالث) .

شرح : لنفرض ان المطلوب ايجاد جذر ع ، وأن $\text{ن}^{٢}$ اقرب مربعات الاعداد الصحيحة الى ع ، وبالتالي يمكن وضع ع على الصورة :

ع $= (\text{ن}^{٢} + \text{م})$ حيث م هو الباقي بعد اسقاط $\text{ن}^{٢}$ من ع

وطبقاً للنص فان بهاء الدين العاملي يذكر القيمة التالية لجذر ع :

$$\sqrt{\text{ع}} = \left[\text{ن} + \frac{\text{م}}{٢\,\text{ن} + ١} \right]$$

مثال ذلك $\sqrt{١١} = \left(٣ + \frac{٢}{٢ \times ٣ + ١} \right) = ٣\,\frac{٢}{٧} = ٣٫٢٨٥٧١٤$

اما القيمة الصحيحة فهي : $\sqrt{١١} = ٣٫٣١٦٦$

فيكون الخطأ في القيمة المقربة حسب المعادلة هو : ـ ٩٣ و ٠ ٪

مثال آخر هو $\sqrt{١٥٣}$:

$$١٥٣ = (١٤٤ + ٩) = (١٢^{٢} + ٩)$$

$$\therefore \text{ن} = ١٢ \text{ ، } \text{م} = ٩ \text{ ، } \sqrt{١٥٣} = ١٢٫٣٦$$

بينما القيمة الصحيحة لجذر ١٥٣ هي ١٢٫٣٦٩٣

فيكون الخطا في القيمة التقريبية هو : ـ ٧٥ ٠ و ٠ ٪

هذا وقد اتينا على ذكر هذه القاعدة في صدر الفصل السادس من الباب الاول من كتاب « خلاصة الحساب » للعاملي .

[١] « سمع رجلان رجلا ينادي على سلعة .

فقال أحدهما للآخر : ان اعطيتني ثلث مامعك ، وضممته الى ما معي ، تم لي ثمنها .

وقال له الآخر : إن ضممت ربع مامعك الى ما معي ، تم لي ثمنها .

طريق هذه المسئلة وأمثالها .

أن يضرب مخرج الثلث في مخرج الربع ، وينقص من الحال واحد ، فالباقي ثمنها ، فينقص من الحاصل ثلثه ، فيبقى مامع أحدهما ، وهوثمانية ، ثم ربعهفيبقى مامع الآخر، وهو تسعة » .

[٢] « زيد عدداً اذا ضوعف وزيد على الحاصل واحد ، وضرب الكل في ثلاثة ، وزيد على الحاصل اثنان ، ثم ضرب ما بلغ في أربعة ، وزيــــد على الحاصل ثلاث ، بلغ خمسة وتسعين .

فبالجبر فرضناه شيئاً ، وعملنا ماقاله السائل ، فانتهى العمل الي اربعــــة وعشرين شيئاً وثلاثة وعشرين عدداً تعدل خمسة وتسعين . أسقطنا المشترك ، بقي أربعةوعشرون شيئاً معادلا لاثنين وسبعين ، وهي الاولى من المفردات . قسمنا العدد على عدد الاشياء خرج ثلاثة ، وهو المجهول .

وبالعمل بالعكس نقصنا من الخمسة والتسعين ثلاثة ، وقسمنا البـاقي على أربعة ، ونقصنا من الخارج اثنين ، وقسمنا الباقي على ثلاثة ، ونقصنا من الخارج - وهــــو السبعه - واحداً ، ونصفنا الباقي .

وبالخطأين : الفرض الاول اثنان ، الخطأ الاول اربعة وعشرون ناقصة . الفرض الثاني خمسة ، الخطأ الثاني ثمانية وأربعون زائـــــدة . المحفوظ الاول ستة وتسعون ، المحفوظ الثاني مائة وعشرون ، والخطـآن مختلفان ، فقسمنا مجمـوع المحفوظين - وهـو

الكشكول - طبعة مصر - صفحة ٢١٦ (الجزء الثالث) .

تعقيب :

هذه المسألة هي بعينها المسألة السادسة من الباب العاشر بكتاب « خلاصـة الحســاب » لنفس المؤلف .

مائتان وستة عشر - على مجموع الخطأين - وهـــو اثنان وسبعون - خرج ثلاثة ، وهو المطلوب . »

الكشكول - طبعة مصر - صفحة ٢٧٢ (الجزء الثالث) .

شرح :

اذا رمز العدد المجهول (او الشيء) بالرمز س ، فان منـــطوق المسأله يكون على الوجه الآتي :

[(٢ س + ١) × ٣ + ٢] × ٤ + ٣ = ٩٥

أي أن ٢٤ س + ٢٣ = ٩٥ وباسقاط العدد المشترك وهو ٢٣

من طرفي المعادلة ، أي بعد اجراء عملية مقابلة ، نحصل على المعادلة :

٢٤ س = ٧٢ وهي معادلة من الدرجة الاولى .

وهي ما عبر عنها المؤلف بأربعة وعشرين شيئاً معادلا لاثنين وسبعين ، وبقسمـة العدد (وهو ٧٢) على عدد الاشياء (وهو ٢٤) ، نحصل علي قيمة الشيء او العدد المجهول : س = ٣ .

هذا هو حل المسألة بطريق الجبر والمقابلة ، ونصل الى نفس الجواب بالعمل بالعكس .

أما حل المسألة باستخدام بحساب الخطأين ، فيتم على الوجه التالي :

بالمفروض الاول = ٢ ، يكون الخطأ الاول = -٢٤

وبالمفروض الثاني = ٥ ، يكون الخطأ الثاني = ٤٨

المحفوظ الاول = المفروض الاول × الخطأ الثاني = ٩٦

المحفوظ الثاني = المفروض الثاني × الخطأ الاول = -١٢٠

العدد المطلوب = | مجموع المحفوظين | / | مجموع الخطأين | (حيث أن الخطأين مختلفي الاشـارة)

= ٢١٦ / ٧٢ = ٣ وهو المطلوب

[٣] « كل مربع فهو يزيد على حاصل ضرب جذر كل من المربعين اللذين هما حاشيتاه في جذر الآخر بواحد . »

[٤] « التفاضل بين كل مربعين بقدر حاصل ضرب مجموع جذريهما في التفاضل بين ذينك الجذرين . »

الكشكول ـ طبعة مصر ـ صفحة ٢١٧ (الجزء الثالث) .

شرح :

نفرض ضلع (او جذر) المربع س

فيكون حاشيتاه : (س ـ ١) ، (س + ١)

فطبقاً للقاعدة المبينة بالمتممة :

$$س^{٢} = \sqrt{(س-١)^{٢}} \cdot \sqrt{(س+١)^{٢}} + ١$$

وباجراء عملية الضرب في الطرف الايسر من المعادلة

$$\sqrt{(س-١)^{٢}} \cdot \sqrt{(س+١)^{٢}} = (س - ١)(س + ١)$$

$$= س^{٢} - ١$$

ويصبح الطرف الايسر من المعادلة $= (س^{٢} - ١) + ١ = س^{٢}$

فقول العاملي صحيح تماماً

الكشكول ـ طبعة مصر ـ صفحة ٣٣٨ (الجزء الثالث) .

شرح : يقصد بالتفاضل هنا الفرق ـ والصورة الرياضية لهذا المنطوق هي :

$$(س^{٢} - ص^{٢}) = (س + ص)(س - ص)$$

فباجراء عملية ضرب القوسين في الطرف الايسر من المعادلة ينتج :

$$(س^{٢} - س\,ص + س\,ص - ص^{٢}) = (س^{٢} - ص^{٢})$$

= الطرف الأيمن من المعادلة

فالقول الوارد في المتن صحيح .

[٥] « كل مربع فالفضل بينه وبين أقرب المربعات التي تحته اليه يساوي مجموع جذريها ، والفضل بينه وبين اقرب المربعات التي فوقه اليه يساوي مجموع جذريها . »

الكشكول ـ طبعة مصر ـ صفحة ٣٠٤ (الجزء الثالث) .

شرح :

لنفرض المربع $(ن + ١)^{٢}$ ، فيكون أقرب المربعات التي تحته اليه هو $ن^{٢}$

فطبقاً لمنطوق المؤلف

$$(ن + ١)^{٢} - ن^{٢} = (ن + ١) + ن$$

وهذا صحيح تماماً حيث أنه بتربيع القوس في الطرف الايمن للمعادله نجد أن

$$ن^{٢} + ٢ن + ١ - ن^{٢} = ٢ن + ١ = (ن + ١) + ن$$

وبالمثل اذا فرضنا المربع $ن^{٢}$ ، فان اقرب المربعات التي فوقه اليه هو $(ن + ١)^{٢}$ ، فيكون :

$(ن + ١)^{٢} - ن^{٢} = (ن + ١) + ن$ وهي نفس المعادلة المتقدمة .

مثال ذلك المربعين ١٦ ، ٩ :

فان الفصل بينهما = ١٥ ـ ٩ = ٧

ومجموع جذريهما = ٣ + ٤ = ٧ = الفصل بين مربعيهما

كذلك المربعين ٤٩ ، ٦٤ .

فالفصل بينهما = ٦٤ ـ ٥٩ = ١٥

ومجموع جذريهما = ٧ + ٨ = ١٥ ويعادل الفضل بين مربعيهما .

(٤) اعمال المساحة

يضم « الكشكول » عدة مسائل وطرق تعرض لجوانب مختلفة في مجال اعمال المساحة منها .

(١) كيفية قياس حجم الجسم غير المنتظم (الجسم غير الهندسي) .

(٢) تحديد حصص من الارض من واقع معلومات وشروط معينة .

(٣) كيفية قياس ارتفاع المرتفعات دون الاستعانة بالاسطرلاب .

(٤) طرق تعيين فروق المنسوب (فروق الارتفاعات) بين مواضع مختلفة ، وهي ما يعبر عنها في اعمال العاملي بطرق وزن الارض ، وهذه عملية هامة لشق الانهر والقنوات .

(٥) طريقة لتعيين ارتفاع الشمس دون استخدام للاسطرلاب او لآلة ارتفاع .

[١] « تستعلم مساحة الاجسام المشكلة المساحة ـ كالفيل والجمل ـ بان يلقى في حوض مربع ، ويعلم الماء ، ثم يخرج منه ويعلم أيضاً ، ويمسح ما نقص ،فهو المساحة تقريباً . انتهى »

[٢] يروى الشيخ بهاء الدين العاملي عن والده ما نصه :

« قال جامعه من خط والدي قدس الله روحه :

(مسئلة) قطعة أرض فيها شجرة مجهولة الارتفاع ، فطار عصفور من رأسها الى الارض إلى انتصاف النهار والشمس في أول الجدى في بلد عرضه إحدى وعشرون درجة ، فسقط على نقطة من ظل الشجرة ، فباع مالك الارض من أصل الشجرة الى تلك النقطة لزيد ، ومن تلك النقطة الى طرف الظل لعمرو ، ومن طرف الظل الى ما يساوي إرتفاع تلك الشجرة لبكر ، وهو نهاية ما يملكه من تلك الارض ، ثم زالت تلك الشجرة ، وخفي علينا مقدار الظل ، ومسقط العصفور ، وأردنا ان نعرف مقدار حصة كل واحد لندفعها اليه ، والغرض أن طول كل من الشجرة والظل وبعد مسقط العصفور عن أصل الشجرة مجهول، وليس عندنا من المعلومات شيء سوى مسافات طيران العصفور ، فانها خمسة اذرع ، ولكنا نعلم ان عدد أذرع كل من المقادير المجهولة صحيح لا كسر فيها .

وغرضنا أن نستخرج هذه المجهولات من دون رجوع الى شيء من القواعد المقررة في الحساب من الجبر والمقابلة والخطأين وغيرها ، فكيف السبيل الى ذلك .

(أقول) هكذا وجدت بخط والدي قدس سره ، والظاهر ان هذا السؤال له طاب ثراه .

ويخطر ببالي أن الجواب عن هذا السؤال ان يقال ، لما كانت مسافة الطيران وتر قائمة وكان مربعها مساوياً لمجموع مربعي الضلعين بالعروس ،فهو خمسة وعشرون ، وينقسم الى مربعين

الكشكول ـ طبعة مصر ـ صفحة ١٥ (الجزء الاول) .

شرح :

يبين العاملي هنا طريقة تعيين حجم الجسم غير المنتظم كجسم الفيل أو جسم الجمل مثلا ، وذلك بالقاء الجسم في حوض ماء ، وقياس مقدار إزاحة الجسم للماء ، فيكون قدر حجم الجسم ، ويستعمل العاملي هنا لفظ المساحة في معنى القياس، وليس في معنى مساحة السطوح .

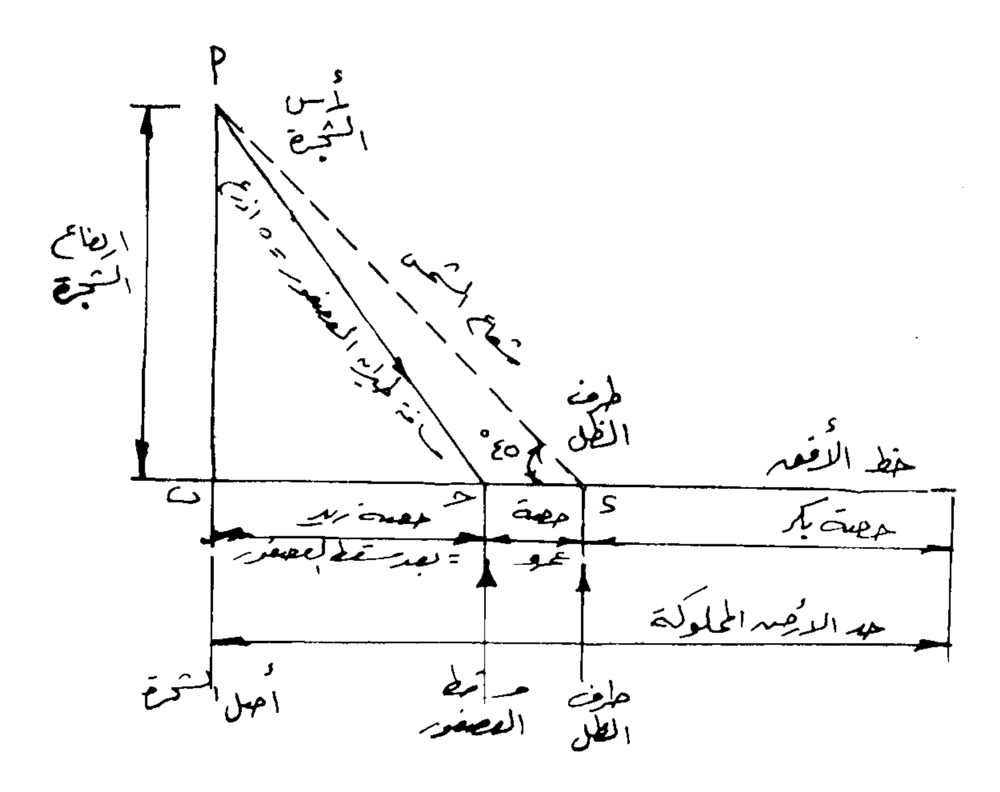
الكشكول ـ طبعة مصر ـ الصفحتان ١٢٧ ، ١٢٨ (الجزء الثاني) .

صحيحين أحدهما ستة عشر ، والآخر تسعة ، فاحد الضلعين المحيطين بالقاعـدة اربعة ، والآخر ثلاثة ، والظل أيضا اربعة ، لان ارتفاع الشمس ذلك الوقت في ذلك العرض خمسة وأربعون لانه الباقي من تمام العرض ، وهو تسع وستون : إذا نقص منه أربعة وعشرون ، أعنى الميل الكلي ، وقد ثبت في محله أن ظل ارتفاع خمسه وأربعين لا بد ان يساوي الشاخص ، فيظهر ان حصة زيد من تلك الارض ثلاثة اذرع ، وحصة عمرو ذراع ،و حصة بكر اربعة اذرع ، وذلك ما اردناه .

ولا يخفى أن في البرهان على مساواة ظل إرتفاع به للشاخص نوع مساهلة أوردتها في بعض تعليقاتي على رسالة الاسطرلاب ، لكن التفاوت قليل جداً لا يظهر للحس أصلا ، فهـو كاف فيما نحن فيه . انتهى . »

شرح :

في هذه المسألة يطلب تحـديد أنصبة من الارض بناء على معلومات معطاة مع الوفـاء بشروط محددة ، ويبين شكل (١٩) توضيحاً هندسياً لهذة المسألة ، ومنه يتبين لنا الآتي :



شكل (١٩) ـ تحديد حصص من الارض بشروط معينة

المثلث أ ب د مثلث قائم ومتساوي الساقين حيث ان شعاع الشمس يميل بزاوية قدرها ٤٥° على خط الافق ، كذلك فان المثلث أ ب حـ مثلث قائم معروف فيه الوتر وهو مسافة طيران العصفور وتساوي ٥ اذرع .

ولما كان السائل قد اشترط ان تكون الحصص أعداداً صحيحة ، لذلك فانه بالرجوع الى المثلث القائم أ ب حـ أن :

أ حـ = مسافة طيران العصفور = ٥ اذرع

ب حـ = حصة زيد وهي مقدار مجهول ولكنه يشترط ان يكون عدداً صحيحاً .

أ ب = ارتفاع الشجرة = طول الظل .

= مجموع حصتي زيد وعمرو وهو مقدار مجهول ولكنه عدد صحيح لذلك لا بد ان تكون الاضلاع الثلاثة للمثلث أ ب حـ اعداداً صحيحة ، وهذا لا يتـــأتى إلا اذا كانت الاطوال حـ ب ، ب أ ، أ حـ تساوي ٣ ، ٤ ، ٥ أذرع على التوالي ، حيث ان مربع الوتر (٥^{٢}=٢٥) يساوي مجموع مربعي الضلعين الاخرين (٤^{٢}+٣^{٢}=١٦+٩=٢٥) وبالتالي تكون الحصص على الوجه التالي:

حصة زيد = ٣ أذرع

حصة عمرو = ٤ - ٣ = ١ ذراع

حصة بكر = ٤ أذرع

ومن الواضح انها كلها أعداد صحيحة كما اشترط السائل .

[٣] « في معرفة ارتفاع المرتفعات من دون اسطرلاب : تضع مرآة على الارض بحيث ترى رأس المرتفع فيها ، ثم تضرب ما بين المرآة ومسقط حجره في قـــدر قامتك ، وتقسم الحاصل على ما بين المرآة وموقفك ، فالخارج ارتفاع المرتفع .

طريق آخر :

تنصب مقياساً فوق قامتك ودون المرتفع ، ثم تبصر رأسها بخط شعاعي ، وتضرب مـا بين موقفك ومسقط حجر المرتفع في فضل المقياس على قامتك : واقسم الحـاصل على ما بـين موقفك وقاعدة المقياس ، وزد على الخارج قدر قامتك ، فالمجتمع قدر ارتفاعه » .

[٤] « في اجراء الماء من القنوات ، ومعرفة الموضع الذي يسير فيه على وجه الارض :

تقف على رأس البئر الاول ، وتضع العضادة على خط المشرق والمغرب ، ويأخذ شخص قصبة يساوي طولها عمقه ، ويبعد عنك في الجهة التي تريد سوق الماء اليها ناصباً للقصبة الى أن تري رأسها من ثقبتي العضادة ، فهناك يجرى الماء على وجه الارض ، وان بعدت المسافـة بحيث (لا)[1] يرى رأس القصبـــة ، فاشعل في رأسها سراجاً ، وأعمل ما قلناه ليلاً .

ولوزن الارض طرق عديدة أشهرها ما أورده صاحب النهـايه ، وعسانا تذكره في هذا المجلد من الكشكول . »

الكشكول ـ طبعة مصر ـ صفحة ٢٣٣ (الجزء الثالث) .

في هذا الموضوع من « الكشكول » يورد العاملي طريقتين لتعيين ارتفاع المرتفعات دون الاستعانة بالاسطرلاب ، يستخـدم في احداهما مرآة تنعكس عليهـا صورة رأس المرتفع ، بينما يستخدم في الاخرى شاخصاً أو مقياساً ، ويتم الرصد بحيث يمر شعاع البصر على رأس المقياس ورأس المرتفع في ذات الوقت ، وقد سبق ان تناولنا هاتـين الطريقتين بالشرح والتفصيل في الفصل الثاني من الباب السابع من كتاب « خلاصة الحساب » .

الكشكول طبعة ـ مصر ـ الصفحتان ٢٧٠ ، ٢٧١ (الجزء الثالث) .

(١) زيدت ليستقيم المعنى ، ولا بد أنها سهو في النسخ .

وقد سبق ان تعرضنا لعملية وزن الارض في الفصل الاول من الباب السابع ، ويستعمـان في الطريقة المذكورة بعضادة الاسطرلاب في عملية الرصد .

[٥] « إذا اردت انشاء نهر أو قناة ، وأردت أن تعرف صعود مكان على مكان ، وانخفاضه عنه ، فلك فيه طرق :

أحدها أن تعمل صفحة من نحاس أو غيره من الاجسام الثقيلة ، وتضع على طرفيها لبنتين كما في عضادتي الاسطرلاب ، وفي موضع العمود منها خيط دقيق في طرفه ثقالة، فاذا اردت الوزن أدخلت الصفحة في خيط طوله خمسة عشر ذراعاً ، ولتكن الصفحة في طاق الوسط منه ، وطرفاه على خشبتين طول كل واحدة خمسة اشبار مقومتين غاية التقويم ، بيد رجلين كل منهما في جهة ، والبعد بينهما بقدر طول الخيط وأنت تنظر في لسان الميزان ، فاذا انطبق على النجم ، فالارض معتدلة ، وان مال فالمائل عنها هي العليا ، وتعرف كمية الزيادة في العلو بأن تحط الخيط على رأس الخشبة الى ان يطابق النجم واللسان ، ومقدار ما نزل من الخيط هو الزيادة ، ثم تنقل إحدى رجلي الميزان الى الجهة التي تريد وزنها ، وتثبت الاخرى الى ان يتم العمل ، وتحفظ مقدار الصعود بخيط على حدة ، وكذا مقدار الهبوط ، ثم يلقي القليل من الكثير ، فالباقي هو تفاوت المكانين في الارتفاع ، وان تساويا شق نقل الماء ، وان نزلت ما وقع اليها التقل سهل ذلك ، وان علت امتنع ، وقد يستغنى عن الصفحة بالانبوبة التي يصب فيها الماء من منتصفها ، فان قطر من طرفيها على السواء ، أنبأ عن التعادل ، والا عمل كما عرف .

[٦] « اذا اردنا أن نعرف ارتفاع الشمس أبداً من غير اسطرلاب ، ولا آلة ارتفاع ، فانا نقيم شاخصاً في ارض موزونة ، ثم نعلم على طرف الظل في ذلك الخط ، ونمد خطاً مستقيما من محل قيام الشاخص يمرر على طرف الظل في ذلك السطح عموداً طوله مثل طول الشاخص ، ثم نمد خطاً مستقيما من طرف العمود الذي في السطح الى طرف الظل ، فيحدث سطح مثلث قائم الزاوية ، ثم نجعل طرف الظل مركزاً ، وندير عليه دائرة بأي قدر شئنا ، ونقسم الدائرة بأربعة أقسام متساوية على زوايا قائمة يجمعها المركز ونقسم الربع الذي قطعه المثلث من الدائرة بتسعين جزءاً مما قطعه الضلع الذي يوتر الزاوية

الكشكول ـ طبعة مصر ـ صحفة ٣١٧ (الجزء الثالث) .

يذكر العاملي طريقة إيجاد فرق المنسوب (اي فرق الارتفاع) بين موضعين من الارض باستخدام الصفيحة المثلثة ، كذا باستخدام انبوبة بها ماء ، وقد شرحنا هذه الطريقة بالتفصيل في الفصل الاول من الباب السابع .

القائمة من الدائرة مما يلي الخط والظل هو الارتفاع .

وليكن محل الشاخص نقطة (م) وطرف الظل (ب) والخط المخرج (م ح) والعمود في السطح (د م) و (م) هي الزاوية القائمة والمستقيم الواصل بين طرف العمود وطرف الظل (د ب)، والمثلث (م ب د) ، ومركز الدائرة (ب) ، والدائرة (ى ر ح ه) ، والربع المقسوم بتسعين (ى م) ، والضلع الموتر للزاوية القائمة من المثلث ضلع (ب د) ، فاذا كان قاطعاً للربع على نقطة (ك) كانت قوس (ى ك) مقدار الارتفاع في ذلك الوقت من ذلك اليوم .

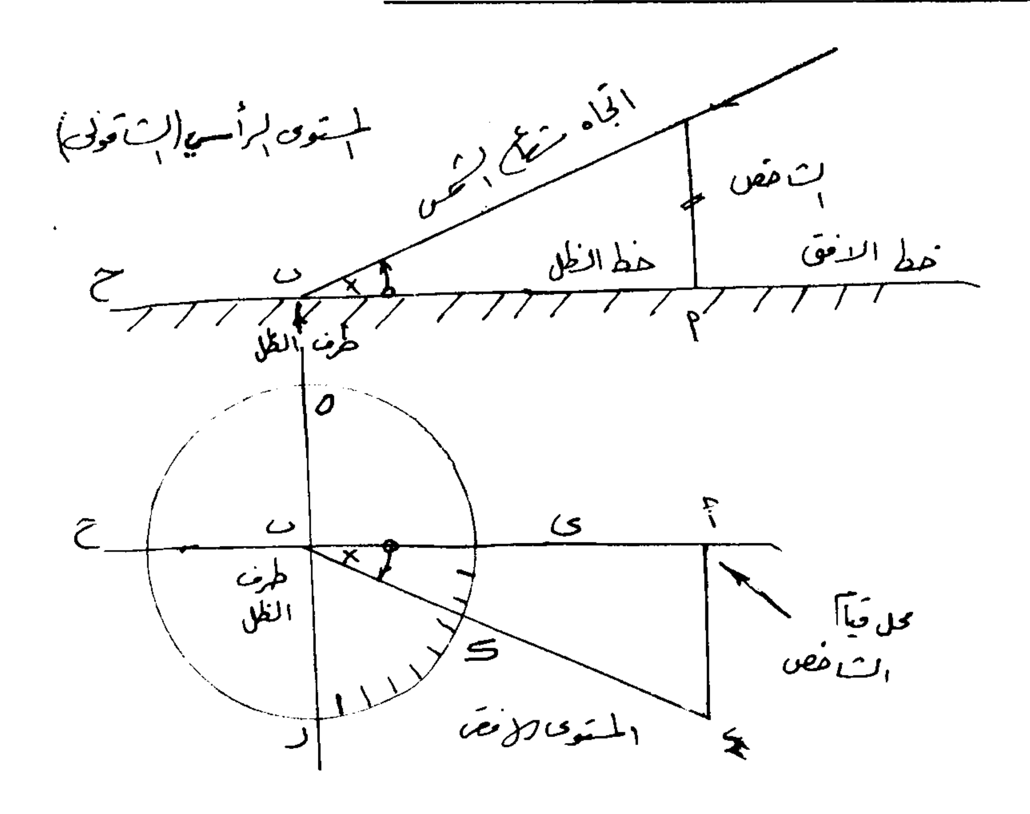
وهذا مما برهن عليه ، لكن برهانه مما يطول ، ولا يتسع له الكشكول . »

الكشكول ـ طبعة مصر ـ الصفحتان ٣٢٩ ، ٣٣٠ (الجزء الثالث) ، وقد صححنا التحريف في الرموز الواردة في المتن .

شرح :

يقدم العاملي هنا لتعيين ارتفاع الشمس بغير استخدام الاسطرلاب او لآلة ارتفاع ، وتتلخص الطريقة في اقامة شاخص على ارض تامة الاستواء ثم تحديد طرف الظل . ويبين شكل (٢٠) تكون مثلث قائم الزاوية عند الشاخص ء نعلم منه ارتفاع الشاخص وطول ظله، وبالتالي ان زاوية ميل شعاع الشمس تتخذ قيمة محددة ، ويرمي العاملي إلى نقل المثلث القائم من المستوى الرأس (الشاقولي) إلى المستوى الافقي حيث يمكن قياس الزاوية المطلوبة ، وطريقة النقل هذه واضحة تماماً في المتن تصحيحنا للتحريف الذي ورد في الرموز .

ويتضح من شكل (٢٠) أن المثلث المرسوم في المستوى الافقي م ب د هو نفسه المثلث المكون من الشاخص وظله وشعاع الشمس في المستوى الرأسي ، وبذلك تكون زاوية ميل الشعاع الشمسي عند ب موجودة يتحدد ارتفاع الشمس ساعة القياس ، والبرهان على صحة ذلك واضح تماماً من الشكل حيث ان المثلين القائمين في المستويين الرأسي والافقي متطابقين تام التطابق بتساوي الضلعين المحيطين بالزاوية القائمة .



شكل (٢٠) ـ طريقة لتعيين ارتفاع الشمس دون اسطرلاب أو آلة ارتفاع .
المستوى الأفقي

خلاصة

يقدم لنا الشيخ بهاء الدين العاملي – العالم الموسوعي العربي – صورة واضحة ودقيقة لمعارف العرب الرياضية في حوالي نهاية القرن السادس عشر للميلاد وأوائل القرن السابع عشر إبان انتقال قصب السبق من الحضارة العربية إلى الحضاره الغربية ، وقد ضمن العاملي هذه المعارف بعض قواعد وطرائق من ابتكاره ، ولقد نجح في عرضه لموضوع الرياضيات هذا عرضاً غاية في الترتيب والشمول لا سيما وأنه جاب الأمصار العربية والاسلامية واطلع على كثير من أعمال علمائها زهاء ثلاثين عاماً ، فجاءت كتاباته مشتملة على ما ألم به وأحاط في سياحاته واطلاعاته المترامية .

ويجدر بنا في ختام هذه الدراسة التي تناولت تحقيق كتاب « خلاصة الحساب » و « الكشكول » ، ودراسة رياضياتها دراسة تحليلية ، أن نقدم خلاصة موجزة لما أورده العاملي فى هذين المصنفين ، ويشمل استخراج المجهولات بالطرق الحسابية ، كما يضم خواص الاعداد ، وجمع المتواليات ، واستخراج المجهولات بطريق الجبر والمقابلة ، كذا بعض المسائل العويصة والمستحيلة الحل ، وتتضمن كتابات العاملي كذلك إيجاد مساحة الاشكال الهندسية المستوية وحجوم الأجسام المنتظمة ، وبعض المسائل التي تعرض في أعمال المساحة العملية .

أولاً : الطرق الحسابية الأساسية :

(١) قواعد حساب الأعداد الصحيحة (الصحاح) من جمع وطرح وضرب وقسمة ، مع بيان طرق الضرب المختلفة كطريقة الشبكة على سبيل المثال .

(٢) قواعد حساب الكسور من جمع وطرح وضرب وقسمة مع بيان تجنيس الكسور (توحيد المخارج أو المقامات) ورفعها .

(٣) ميزان العدد ، أي طريقة امتحان صحة العمليات الحسابية المختلفة . وتعرف هذه الطريقة بالقاعدة الذهبية ، وتطلق تسمية الميزان على ما يبقى من العدد أو من حاصل الجمع أو الطرح أو الضرب بعد إسقاطه تسعة تسعة .

(٤) طريقة إيجاد الجذر للعدد الصحيح وللكسر ، وقد ذكر العاملي طريقة مبتكرة

لحساب جذر الأصم بالقريب ، وتؤدي هذه الطريقة إلى نتائج لا يتعدى الخطأ فيها ١٪ ، وقد سبق للكرخي[1] أن ضمنها كتابه «كافي الحساب» .

(٥) استخراج المجهولات بطريق الحساب ، وتشمل الطرق التالية :

آ ـ استخراج المجهولات بالأربعة المتناسبة ، وبالأربعة المتناسبة يقصد أربعة مقادير $ع_١$ ، $ع_٢$ ، $ع_٣$ $ع_٤$ بحيث تكون نسبة الاول إلى الثاني كنسبةالثالث إلى الرابع، أي أن :

$$\frac{ع_١}{ع_٢} = \frac{ع_٣}{ع_٤}$$

ويسمى المقداران $ع_١$ ، $ع_٤$ الطرفين ، بينما يسمى المقداران $ع_٢$ ، $ع_٣$ الوسطين . ومن الواضح أن حاصل ضرب الطرفين يساوي حاصل ضرب الوسطين ، وبمعلومية ثلاثة من هذه الأربعة يمكن حساب المقدار المجهول باستخدام معادلة التناسب في أي من صورها المترادفة .

ب ـ استخراج المجهولات بطريق حساب الخطأين

وقد كانت هذه الطريقة معروفة تماماً ومنتشرة الاستعمال في صدر الحضارة العربية ، وتعتمد هذه الطريقة على فرض قيمتين مختلفتين للمقدار المجهول ثم ايجاد الخطأين الناشئين عن هذين المفروضين ، والتعويض في علاقة محددة لتخرج القيمة الصحيحة للمقدار المجهول .

حـ ـ استخراج المجهولات بالعمل بالعكس

وفي هذه الطريقة يبدأ حل المسألة من نهايتها حيث تجري الخطوات بعكس ما يرد في متن المسألة حتى نصل بالتسلسل إلى قيمة المجهول .

(٦) كيفية استخراج الأسماء أو الشهور أو البروج المضمرة ، وذلك بتجميع معلومات من المضمر تؤدي إلى معادلة بسيطة ذات مجهول واحد ، وبذلك يتحدد العدد الممثل للشيء المضمر .

---

(١) هو فخر الدين أبو بكر محمد بن الحسن الكرخي الحاسب وزير بهاء الدولة ، صاحب كتابي « الفخري » و « الكافي » ، وقد ألفها بين سنتي ٤٠١ ، ٤٠٧ (١٠١٠ - ١٠١٦ م) .

(٧) فكرة التباديل والتوافيق كايجاد عدد الكلمات التي تتركب من حروف الهجاء (حروف المعجم) بشروط خاصة ، كأن تكون الكلمة ثنائية ، أو أن تكون الكلمة ثلاثية بشرط عدم اجتماع حرفين من جنس ، وهكذا .

(٨) قسمة مال غير واف بحقوق متفاوتة على حسب التفاوت ، أي بيان كيفية تقسيم مال موجود على جماعة من المستحقين تزيد استحقاقاتهم أو ديونهم على المال الموجود .

ثانياً ـ خواص الأعداد

(١) تعريف العدد عموما ، كذا تعريف الأعداد المتماثلة والمتداخلة والمتوافقة والمتباينة .

(٢) الأعداد التامة والزائدة والناقصة ، والعدد التام هو ذلك العدد الذي يساوي مجموع الاعداد المكونة له وينتهي العدد دوماً التام بواحد فقط من أي من الرقمين ٦ ، ٨ في خانة الاحاد.

وهنا يقدم العاملي قاعدة تختص بتعيين الأعداد التامة ، وهي قاعدة ثبتت صحتها حتى البلايين على الأقل . وقد أمكن باستخدام هذه القاعده تعيين الاعداد التامة السبعة الأولى .

(٣) بيان المقصود بالاعداد المتحابة كالعددين ٢٢٠ ، ٢٨٤ حيث ان مجموع عوامل كل منهما يساوي مجموع عوامل الآخر ، ويقصد بعوامل العدد هنا جميع الاعداد التي يقبل القسمة عليها بدءاً من الواحد الصحيح .

(٤) ربط العاملي بين صفات آدم وحواء وبين خواص الاعداد .

ثالثاً ـ جمع المتواليات

قدم العاملي طرق إيجاد مجموع بعض المتواليات الرياضية نذكرها فيما يلي :

١ ـ جمع الاعداد على النظم الطبيعي ، أي جمع المتوالية الحسابية التي أساسها الواحد ، أي التي يزيد فيها كل حدٍ عن سابقه بواحد صحيح :

$$(١ + ٢ + ٣ + ٤ + \cdots + ن) = \frac{ن}{٢}(ن + ١)$$

٢ ـ مضروب عدد في نفسه وفي جميع ما تحته من الاعداد :

$$ن\,[ن + (ن - ١) + (ن - ٢) + \cdots + ٣ + ٢ + ١] = \frac{ن^{٢}}{٢}(ن + ١)$$

٣ ـ جمع الافراد (دون الازواج) على النظـم الطبيعي ، أي جمع الاعـداد المفردة حسب تسلسلها الطبيعي :

$$[١+٣+٥+٧+\cdots\cdots+(ن-٢)+ن]=\left[\frac{ن+١}{٢}\right]^{٢}$$

٤ ـ جمع الازواج (دون الافراد) على النظم الطبيعي ، أى جمع الاعداد الزوجيـة حسب تسلسلها الطبيعي :

$$[٢+٤+٦+٨+\cdots\cdots+(ن-٢)+ن]=\frac{ن}{٢}\left(\frac{ن}{٢}+١\right)$$

٥ ـ جمع المربعات المتوالية :

$$[١^{٢}+٢^{٢}+٣^{٢}+٤^{٢}+\cdots\cdots+ن^{٢}]=\frac{ن\,(ن+١)\,(٢ن+١)}{١\times٢\times٣}$$

٦ ـ جمع المكعبات المتوالية :

$$[١^{٣}+٢^{٣}+٣^{٣}+٤^{٣}+\cdots\cdots+ن^{٣}]=\left[\frac{ن\,(ن+١)}{٢}\right]^{٢}$$

٧ ـ أشار العاملي إلى الاعداد المتوالية من الواحد على التضاعف ، اي جمع المتوالية الهندسية التي اساسها ٢ ، وهي :

(١ + ٢ + ٤ + ٨ + ١٦ + ٣٢ + ...)

أي ($١+٢+٢^{٢}+٢^{٣}+٢^{٤}+٢^{٥}+\cdots\cdots$)

وفيها يكون كل حد في المتوالية مساوياً للحد الذي يسبقه مضروباً في ٢ ،

وقد أشار العاملي الى هذه المتوالية الهندسية في معرض حديثه عن الاعداد التامة .

هذا وقد سبق لأبي الريحان البيروني (٩٧٣ ـ ١٠٥١ م) أن توصل الى ايجاد مجموع هذه المتوالية ، التي تعرف بالنسبة الشطرنجية عطفا على قصة الحكيم الذي طلب مكافأتـه من الحاكم بحيث تساوي مجموع ما يتحصل من وضع حبوب على مربعات رقمة الشطرنج بحيث تبدأ بحبة واحدة في المربع الأول ثم تزاد على التضاعف في المربعات التاليـة حتى المربع الرابع

والستين وهو المربع الاخير في رقعة الشطرنج ، ويبلغ مـــقدار الحب المتحصل على رقعة الشطرنج ـ حسب المتوالية الهندسية التي اساسها ٢ ـ رقماً بالغ العظم سبق ان حسبه العلماء العرب [1] وهو :

١٨ ٤٤٦ ٧٤٤ ٠٧٣ ٧٠٩ ٥٥١ ٦١٥

رابعاً ـ الجبر والمقابلة :

(١) تعريف الشيء والمال والكعب ومراقبها ، وهذه تعبر عنها بالرموز الرياضيـة المعاصرة على الوجه التالي : س ، س^{٢} ، س^{٣} وما فوقها ، أما العدد فهو الذي لا يشتمل على الشيء أو المجهول .

(٢) بيان المقصود بكلمتي « جبر » و « مقابـــلة » حيث يعبر العاملي عن معنيهما تعبيراً دقيقاً في الفصل الثاني من البـاب الثامن من كتابــــه « خلاصة الحساب » حيث يقول بلفظه :

« الطرف ذو الاستثناء [2] يكمل ، ويزاد مثل ذلك على الآخر ، وهو الجبر . »

« والاجناس المتجانسة المتساوية في الطرفين تسقط منها ، وهو المقابلة . »

(٣) حل المسائل الجبرية الست ، أي حل معادلة الدرجة الثانية في صورها الســت ، وهي ثلاث مسائل تسمى المفردات ، وثلاث آخر تسمى المقترنات ، وهي لاتخرج في مجموعهـا عن جبر محمد بن موسى الخوارزمي .

آ ـ المفردات : وهي مسائل « المعادلة بين جنس وجنس » :

١ ـ عدد يعدل أشياء : حـ = ب س

٢ ـ أشياء تعدل أموالاً : ب س = ا س^{٢}

٣ ـ عدد يعدل اموالاً : حـ = ا س^{٢}

ب ـ المقترنات : وهي مسائل « المعادله بين جنس وجنسين » ، وفيها يكون جنس في

---

(١) راجع على سبيل المثال كتاب مرشدة الطالب الى أسنى المطالب » للشيخ عبدالله العجمي الشنشوري ، مخطوط المكتبة الأحمدية بحلب ـ رقم ١٢٤٢ ، صفحة أ حتى ٢٦ ب .

(٢) نقصد الحد الذي تسبقه اشارة سالبة ، فيضاف مثل هـذا الحد نفسه ولكن باشـارة موجبة لكل من طرفي المعادلة .

احد طرفي المعادلة يعدل جنسين (مقترنين) لهما نفس الاشارة الجبرية في في الطرف الآخر من المعادلة :

١ ـ عدد يعدل اشياء واموالاً : حـ = ب س + أ س٢

٢ ـ اشياء تعدل عدداً واموالاً : ب س = حـ + أ س٢

٣ ـ اموال تعدل عدداً واشياء : أ س٢ = حـ + ب س

وقد أورد العاملي امثلة عديدة تطبيقاً على الحلول التي قدمها لهذه المسائل الجبرية الست .

(٤) تحويل الفرق بين مربعي مقدارين الى حاصل ضرب مجموع المقدارين في الفرق بينهما :

(م٢ ـ ن٢) = (م + ن) (م ـ ن)

(٥) « المسائل السيالة » وهي تسمية اطلقها العرب على المسائل التي ليست لها اجابة وحيدة، اي المسائل التي يصح لها عدد غير محدود من الحلول الممكنة ، وقد اعطى العاملي مثلا لذلك توصل فيه الى تعينن النسبة بين المجهولين ، وبالتالي يصير لهذه المسألة عدد لانهائي من الاجوبة الصحيحة كلها تحقق النسبة التي ثم تعيينها .

خامساً ـ المسائل العويصة أو المستحيلة الحل :

ساق العاملي في خاتمة كتابه « خلاصة الحساب » سبع مسائل اسماها «المستصعبات السبع» وترجع الصعوبة او الاستحالة في حلها الى وقوعها في واحدة من المسائل الآتية .

(١) مستصعبة تؤول المسألة فيها الى مواجهة معادلة من الدرجة الثالثة ، وهذه ليست هينة الحل كمعادلة الدرجة الثانية ، وقد سبق لبعض علماء العرب محاولة حل معادلة الدرجة الثالثة بالطرق الهندسية بواسطة قطوع المخروط ، ومن امثال من تصدي لهذه المعادلة بالحل ابو عبدالله محمد عيسى الماهاني ، وثابت بن قرة الحراني ، وابو جعفر الخازن الخراساني، والحسن بن الهيثم ، وغياث الدين عمر بن ابراهيم الخيامي .

(٢) مستصعبة تؤدي الى معادلة من الدرجة الرابعة ، وقد سبق لأبي الوفاء البوزجاني ان توصل الى حلول ـ بطرق هندسية ـ لبعض حالات من هذه المعادلة ، كذلك تضمنت مؤلفات عمر الخيامي معادلة من الدرجة الرابعة مع بيان حلها .

(٣) استحالة تقسيم ضعف المربع الى مربعين ، اي استحالة حل المعادلة :

$$٢ ب^{٢} = ب_{١}^{٢} + ن_{٢}^{٢}$$

بشرط ان يكون كل من $ب$ ، $ب^{١}$ ، $ب^{٢}$ عدداً صحيحاً ، وهذه المسألة المستحيلة الحل سبق على ماعرف فيما بعد بنظرية « فيرما » نسبة الى العالم الرياضي الفرنسي فيرما (١٦٠١ - ١٦٦٥ م) .

(٤) استحالة تقسيم مكعب بقسمين مكعبين ، اي استحالة حل المعادلة :

$$ب^{٣} = ب_{١}^{٣} + ب_{٢}^{٣}$$ حيث $ب$ ، $ب_{١}$ ، $ب_{٢}$ اعداد صحيحة

وقد كانت هذه المسألة المستحيلة الحل معروفة عند عمر الخيامي ، وقد يكون قد وقف عليها علماء عرب من قبله ، فهذه المستصعبة سبق آخر على ماورد ايضاً في نظرية بيير دي فيرما التي جاءت بعد وفاة العاملي بخمسة عشر عاما ، والتي تقول :

« من المحال تقسيم المكعب الى مكعبين ، او ضعف المربع الى مربعين ، او بوجه عام تقسيم اية قوة اعلي من المربع الى قوتين من نفس الدرجة . »

سادساً ـ تعيين المساحات والحجوم .

(١) تعيين مساحات الاشكال الهندسية المستوية ذات الاضلاع المستقيمة والمقوسة .

(٢) حساب حجوم الاجسام الهندسية المنتظمة ذات الاسطح المستوية والاسطوانية والكرية .

سابعاً ـ اعمال المساحة العملية :

(١) تحديد حصص من الارض في ضوء معلومات معطاه ، مع استيفاء شروط معينة .

(٢) طرق قياس فرق المنسوب (اي فرق الارتفاع) عند موضعين من سطح الارض (ويسميها العاملي عملية وزن الارض) بقصد شق القنوات .

(٣) الطرق المختلفة لتعيين علو المرتفعات وأعماق الآبار .

(٤) قياس عروض الانهار .

(٥) تعيين ارتفاع الشمس بغير الاستعانة بالاسطرلاب او بآلة ارتفاع .

هذه نظرة فاحصة جامعة لما ضمنه العالم العربي الموسوعي بهاء الدين العاملي لكتابيه « خلاصة الحساب » و « الكشكول » من رياضيات ، عرض فيها لمارف العرب على عهده ،

وقد جاب كثيرا من الأمصار العربية والاسلامية ، ووقف على اعمال الكثيرين ممن تقدمه من العلماء والفلاسفة ، فلا غرو ان يطلع علينا بعرض شامل تمام الشمول ، مرتب غاية الترتيب ، دقيق كل الدقة ، ممثل اصدق تمثيل لما ألم العرب به وأحاطوا في مجال الحساب والجبروالمساحة في نهاية القرن السادس عشر وبداية القرن السابع عشر للميلاد ، غداة انتقال الصدارة في التقدم الحضاري من الشرق الى الغرب ، وعرض العاملي هذا غني باوجه سبق العرب في الرياضيات ، عامر مليء بفضلهم فيها ، وما يدرس عالم اعمال العرب ويتعمق ، ويخوض فيها ويتمعن ، إلا ويخرج من دراسة جادة منصفة الى ان رياضيات العرب هي - ولا شك - الاساس الذي عليه قامت الرياضيات الحديثة .

حسن يوسف الحويشي

فهرس الاشكال

فهرس الاعلام

(أ)

(ب)

(خ)

(د)

(ر)

(ش)

(ط)

الطالوى :

(ع)

علي كرم الله وجهه ـ أمين المؤمنين :

(ف)

فيرما ـ بيير دى :

فخر الملك ـ أبو غالب محمد بن خلف :

(ك)

الكرخى الحاسب ـ فخر الدين أبو بكر محمد بن الحسن :

الكوردى ـ رمضان :

(م)

الماهاني ـ أبو عبد الله محمد عيسي :

المصيصى ـ أبو يوسف بن محمد :

المنينى ـ احمد بن علي :

المهدي ـ السيد محمد :

(ن)

نيكوماخس (نيقوماخس الجاراسيني) :

INSTITUTE FOR THE HISTORY OF ARABIC SCIENCE

UNIVERSITY OF ALEPPO

MATHEMATICAL WORKS

of

Baha' Al-Din Al-'Amili

(953 - 1031 H.) / (1547 - 1622 A.D.)

By

Dr. GALAL S. A. SHAWKY

B. Sc., Ph. D., C. Eng., F. I. Mech. E. (London)
Visiting Professor to Alleppo University
Professor, Faculty of Engineering - Cairo University

1976

معهد التراث العلمي العربي رياضيات بهاء الدين العاملي الدكتور جلال شوقي ١٢٦